

Compressed Sensing in der Informationsverarbeitung

Compressed Sensing in Information Processing
(CoSIP)

Antrag auf Einrichtung eines Schwerpunktprogramms

1.10.2013

Koordinatoren:

Prof. Dr. Rudolf Mathar, RWTH Aachen

Prof. Dr. Gitta Kutyniok, TU Berlin

Initiatorengruppe:

Prof. Dr. Martin Bossert, Universität Ulm

Prof. Dr. Gerhard Kramer, TU München

Prof. Dr. Otmar Löffel, Universität Siegen

Prof. Dr. Holger Rauhut, RWTH Aachen

Inhaltsverzeichnis

1 Antragsteller	2
2 Zusammenfassung	2
3 Stand der Forschung	3
3.1 Eigene Vorarbeiten und Vorarbeiten in Deutschland und im Ausland	4
4 Wissenschaftliche Ziele	4
5 Arbeitsprogramm und Forschungsziele	4
5.1 Theoretische Grundlagen	4
5.1.1 Verwendung statistischer Vorinformationen für Compressed Sensing	4
5.1.2 Quantisierungseffekte bei Compressed Sensing	5
5.1.3 Signaltheorie für Sparse Signals	6
5.2 Anwendungsfelder	7
5.2.1 Kanal- und Netzwerkcodierung	7
5.2.2 Radar und Synthetisches Apertur Radar (SAR), 2D/3D Radar-Bildgebung	9
5.2.3 Verteiltes Compressed Sensing	10
5.2.4 Spectrum Sensing	11
5.2.5 Signalverarbeitung in der Übertragungstechnik	12
5.2.6 Technische Akustik	13
5.3 Organisatorisches	14
5.3.1 Synergie-Konzepte und Werkzeuge zur Gestaltung der Zusammenarbeit	14
5.3.2 Konzepte zur Nachwuchsförderung	14
5.3.3 Gleichstellungsmaßnahmen	15
5.3.4 Internationale Einbindung und Sichtbarkeit	15
6 Abgrenzung zu laufenden Programmen	15
7 Liste der potentiellen Teilnehmer	16
8 Antragszeitraum und geplante Förderperioden	16
9 Schätzung und Begründung des Mittelbedarfs	16
10 Gründe für die Förderung dieses Programms	16
11 Publikationen der Antragsteller	17
12 Allgemeine Literatur	18
13 Anlagen	21

1 Antragsteller

Koordinatoren:

Prof. Dr. Rudolf Mathar, RWTH Aachen

Prof. Dr. Gitta Kutyniok, TU Berlin

Initiatorengruppe:

Prof. Dr. Martin Bossert, Universität Ulm

Prof. Dr. Gerhard Kramer, TU München

Prof. Dr. Otmar Löffel, Universität Siegen

Prof. Dr. Holger Rauhut, RWTH Aachen

2 Zusammenfassung

Die klassische Erfassung von Signalen, ihre Verarbeitung, Übertragung und Speicherung erfordert die Umwandlung von stetigen Signalen in Zeit und Raum in diskrete Signale und umgekehrt. Der notwendige Abtastprozess und die Repräsentation der Signale stützen sich in der Regel auf das Abtasttheorem von Shannon: Die Abtastrate muss mindestens das Doppelte der maximalen im Signal vorhandenen Frequenz betragen (die so genannte Nyquist-Rate). Dieses Prinzip unterliegt beinahe allen technischen Systemen zur Signalverarbeitung, Übertragung und Speicherung.

Im Gegensatz zu diesem klassischen Ansatz verfolgt Compressed Sensing ein neues Paradigma basierend auf der neuen Erkenntnis, dass gewisse Signale und Bilder weit unterhalb der Nyquist-Rate abgetastet werden können und dennoch vollständig wiederherstellbar sind. Compressed Sensing beruht auf zwei wesentlichen Prinzipien: *Sparsity* bzw. Komprimierbarkeit, eine Signaleigenschaft, und *Inkohärenz*, eine Eigenschaft des Abtastmodus.

Sparsity (oder allgemeiner Komprimierbarkeit) beschreibt die Tatsache, dass der Informationsgehalt bzw. die Informationsrate (die Anzahl von Unbekannten pro Zeiteinheit) eines Signals deutlich kleiner sein kann als durch seine Signallänge bzw. Bandbreite impliziert. Bei Wahl einer geeigneten Darstellungsbasis werden nur wenige nichtverschwindende Koeffizienten benötigt, um das Signal vollständig wiederzugeben bzw. sehr gut zu approximieren. Diese Beobachtung ist die Basis von klassischen verlustbehafteten Kompressionsverfahren wie *JPEG* oder *MPEG*. Es wird betont, dass das Ziel von Compressed Sensing (und diesem SPP) *nicht* die Datenkompression selber, sondern die Rekonstruktion von Signalen anhand von möglichst wenigen Abtastwerten oder allgemeinen Messwerten unter Ausnutzung der Komprimierbarkeit ist. Abtastung und Kompression erfolgen gewissermaßen simultan. Es sollen keine Ressourcen verschwendet werden, um viele Daten zu sammeln, von denen die meisten bei der Kompression später weggeworfen werden.

Um sicherzustellen, dass die wenigen Abtastwerte genügend Information zur Signalrekonstruktion beinhalten, muss es in einem Bereich abgetastet werden, der möglichst *inkohärent* zum Bereich ist, in dem das Signal sparse bzw. komprimierbar ist. Dies wird beispielsweise erreicht, wenn das Signal im Frequenzbereich sparse ist, aber im Ortsbereich geeignet abgetastet wird. Es ist von zentraler Bedeutung, dass Compressed Sensing auch effiziente Rekonstruktionsalgorithmen, etwa Optimierungsverfahren (ℓ_1 -Minimierung) oder Greedy Methoden, bereitstellt. Die mathematische Theorie gibt präzise Aussagen, wieviele Abtastwerte erforderlich sind, um ein sparses oder komprimierbares Signal exakt oder approximativ mittels solcher Verfahren zu rekonstruieren. Interessanterweise sind alle soweit bekannten Abtastverfahren, die beweisbar solche Garantien liefern, durch Zufallsmatrizen beschrieben. Ein Spezialfall hiervon ist die zufällige Wahl von Abtastpositionen.

Neben den revolutionären neuen und weitreichenden Anwendungen in der Sensorik, Signal- und Informationsverarbeitung, Codierung und Übertragung liegt eine besondere Stärke dieser sich entwickelnden Theorie darin, dass sie Methoden aus verschiedenen Disziplinen der Ingenieurwissenschaften und der angewandten Mathematik zusammenführt und in idealer Weise Synergien zwischen Theorie, Technologie und Anwendungen erzeugt. Das Kernziel des beantragten SPP ist es, die Methoden des Com-

pressed Sensing für verschiedenartige ingenieurwissenschaftliche Anwendungen aufzubereiten. Gleichzeitig wird damit erreicht, dass verschiedene Disziplinen der Ingenieurwissenschaften sowie der Mathematik zusammenarbeiten. Aus den Anwendungsfeldern werden neue Anforderungen an die mathematischen Methoden erwachsen, die zu Fortschritten in der Theorie führen werden.

3 Stand der Forschung

Compressed Sensing wurde im wesentlichen durch Arbeiten von Donoho [B1] sowie Candès, Romberg und Tao [B2] begründet und hat daraufhin eine regelrechte Explosion an Forschungsarbeit in der Elektrotechnik, Mathematik und verwandten Gebieten angeregt. Für eine Einführung und einen Überblick wird etwa auf die Bücher [A1, A2] verwiesen.

Es werden im Folgenden kurz die Grundlagen von Compressed Sensing beschrieben. Ein Signal $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ wird als k -sparse bezeichnet, wenn es höchstens k von Null verschiedene Komponenten besitzt (oder allgemeiner, wenn dies nach einer geeigneten Basistransformation gilt). Es heißt *komprimierbar*, wenn es sich gut durch ein sparses Signal approximieren läßt. Der Abtastprozess wird mittels der sogenannten *Abtastmatrix* $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ beschrieben, so dass die Abtastwerte die Form

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

mit $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ besitzen, d.h. es werden m lineare nicht-adaptive Messungen eines Signals der Dimension n generiert. Von besonderem Interesse ist der unterbestimmte Fall $m \ll n$, bei dem die Anzahl der Abtastwerte deutlich kleiner als die Signallänge (Dimension) ist. Da das Gleichungssystem (1) im Allgemeinen unendlich viele Lösungen besitzt, kommt nun die Sparsity als Vorabinformation ins Spiel, um dennoch das ursprüngliche Signal zu rekonstruieren. Zur effizienten Rekonstruktion gibt es mehrere Ansätze [A2], von denen hier nur der prominenteste, ℓ_1 -Minimierung [B3], erwähnt werden soll. Man berechnet den Minimierer des konvexen Optimierungsproblems

$$\text{minimize } \|\mathbf{z}\|_{\ell_1} \quad \text{subject to } \Phi \mathbf{z} = \mathbf{y}, \quad (2)$$

wobei $\|\mathbf{z}\|_{\ell_1} = \sum_{i=1}^n |z_i|$ die ℓ_1 -Norm bezeichnet. Unter gewissen Inkohärenz-Voraussetzungen an die Matrix Φ kann gezeigt werden, dass k -sparse Signale exakt rekonstruiert werden, und weiterhin erfüllt der Rekonstruktionsfehler im nichtexakt sparsen Fall bzw. bei Rauschen auf den Daten optimale Fehler-schranken [B4], [A1, A2]. Es gibt mehrere Möglichkeiten die Inkohärenz und damit die Eignung einer Matrix Φ zu messen, etwa mittels der *Restricted Isometry Property* oder der *Null Space Property* [B5, B6], [A2]. Da es bislang offen ist, explizite Matrizen anzugeben, die diese Eigenschaften für möglichst geringes m aufweisen, basieren alle bekannten (fast-)optimalen Matrixkonstruktionen auf Zufälligkeit. Etwa erlauben Gauss'sche Zufallsmatrizen mit hoher Wahrscheinlichkeit die (stabile) Rekonstruktion k -sparsen Signale anhand

$$m \geq Ck \ln(n/k)$$

Messungen [A2]. Insbesondere kann für kleine Sparsity k die Anzahl m der Abtastwerte kleiner als die Signallänge n gewählt werden. Für Zufallsmatrizen mit mehr Struktur, die in der Praxis realistischer sind, etwa der zufälligen Abtastung frequenz-sparsen Signale oder der unterabgetasteten Faltung mit einem Zufallsvektor, existieren ähnliche Resultate [A2, A3], [B7].

Die beschriebenen theoretischen Resultate bilden die Grundlage für vielversprechende Anwendungen. Compressed Sensing kann immer dann von großem Nutzen sein, wenn es zeitaufwendig, teuer, schwierig oder sogar unmöglich ist, viele Messdaten eines Signals aufzunehmen und wenn das zu rekonstruierende Signal als sparse bzw. komprimierbar angenommen werden kann. So gibt es bereits zahlreiche Forschungsaktivitäten zum Einsatz von Compressed Sensing für diverse Anwendungen. Beispielhaft wird erwähnt, dass Compressed Sensing bereits sehr beeindruckende Resultate in der Magnetresonanzbildgebung [B8] liefert, bei der die Aufnahme von hochauflösenden Bildern mit konventionellen Techniken sehr zeitaufwendig ist. Auch finden sich zahlreiche potentielle Anwendungen im Radar [B9] mit sehr vielversprechenden Ergebnissen. Gerade beim Problem der Radarbildgebung eines Himmelsabschnitts ist Sparsity eine sehr natürliche Annahme, da in der Regel nur wenige Flugobjekte gleichzeitig vorhanden sind.

Trotz der zahlreichen bereits vorhandenen Forschungsergebnissen zu Compressed Sensing gibt es immer noch enormen Forschungsbedarf zu Anwendungen und mathematischen Grundlagen in zahlreichen Informationsverarbeitungsproblemen.

3.1 Eigene Vorarbeiten und Vorarbeiten in Deutschland und im Ausland

Die Zielsetzung des Vorhabens gliedert sich in verschiedene theoretische Fragestellungen und Anwendungsfelder unter der gemeinsamen Methodik des Compressed Sensing auf. In den folgenden Abschnitten wird hierauf detailliert eingegangen. Eigene Vorarbeiten sowie nationale und internationale Beiträge werden in den betreffenden Abschnitten 5.1 und 5.2 vor dem Hintergrund des jeweiligen Themas diskutiert.

Einige DFG-Projekte im Bereich des Compressed Sensing sind jüngst im DFG-Einzelverfahren für die Elektrotechnik und Informationstechnik bewilligt worden: Martin Bossert (Ulm), Armin Dekorsy (Bremen), Rudolf Mathar (Aachen) und Gerhard Wunder (Berlin). Weitere Anträge im Einzelverfahren werden gestellt oder sind bereits im Begutachtungsverfahren. Im Bereich der Mathematik beschäftigen sich die ERC Starting Grants von Holger Rauhut (Aachen) und Massimo Fornasier (München) mit Compressed Sensing.

4 Wissenschaftliche Ziele

Die Grenze der Anwendbarkeit der digitalen Signalverarbeitung ist durch immer feinere Abtastungen und immer feinere Quantisierungen der Signale verschoben worden. Dieser Prozess der immer feineren Abtastung und Quantisierung besitzt sowohl technologische als auch ökonomische Grenzen. Für die Weiterentwicklung der digitalen Signalverarbeitung ist deshalb ein Paradigmenwechsel notwendig. Die Struktureigenschaften von Signalen und Systemen wie z.B. Sparsity, Bandbreite, Dynamikverhalten und statistisches Verhalten müssen bei der Implementierung berücksichtigt werden. Dazu müssen die Struktureigenschaften und ihre Wechselwirkungen besser verstanden werden. Es müssen Entwurfstechniken entwickelt werden, die die jeweiligen Struktureigenschaften der zu verarbeitenden Signale und Systeme berücksichtigen. Die wissenschaftlichen Ziele des vorliegenden Antrags orientieren sich an dieser grundlegend neuen Sichtweise.

5 Arbeitsprogramm und Forschungsziele

Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über mögliche Themenbereiche gegeben, welche sich potentiell für Einzel- oder Verbundanträge anbieten. Diese Aufstellung gliedert sich einerseits in den Themenkreis der theoretischen Grundlagen, der noch offene Fragestellungen grundlegender Natur behandelt. Die Beantwortung dieser Fragestellungen ist eine wichtige Voraussetzung für die praktische Anwendung von Compressed Sensing. Der zweite Teil zeigt mögliche Themen für Forschungsvorhaben im Bereich der ingenieurwissenschaftlichen Anwendungen des Compressed Sensing auf.

5.1 Theoretische Grundlagen

5.1.1 Verwendung statistischer Vorinformationen für Compressed Sensing

Der typischerweise vertretene Ansatz des Compressed Sensing macht keinerlei Vorannahmen bezüglich etwaiger statistischer Eigenschaften des zu messenden und zu rekonstruierenden Signals, abgesehen von der Annahme, dass es eine Domäne gibt, in der das Signal eine *sparse* Darstellung besitzt. In diesem Sinn wird das zu messende Signal nicht als ein Zufallsprozess sondern als eine deterministische Größe angesehen, für die ein Punktschätzwert berechnet werden soll. In vielen Anwendungsbereichen liegt aber dennoch Kenntnis über die stochastischen Eigenschaften des zu messenden Signales vor. Z.B.

ist oft bekannt, dass ein Signal bandbegrenzt ist. Hier stellt sich eine Reihe von höchst interessanten Fragen. Sollte dieses Vorwissen nicht zur Messung und Rekonstruktion des Signales genutzt werden? Eine Grundregel der Schätztheorie besagt, dass man niemals Wissen ungenutzt lassen oder wegwerfen sollte. Doch wie kann dieses statistische Vorwissen im Kontext von Compressed Sensing genutzt werden? Welchen Einfluß hat das Vorwissen auf die Konstruktion des Sensings und auf den Rekonstruktionsalgorithmus? Inwieweit hilft das Vorwissen, die Rekonstruktionsleistung zu verbessern? Erlaubt die Nutzung von a priori-Wissen eine weitere Reduktion der zur Rekonstruktion erforderlichen Anzahl an zufälligen Abtastwerten? Verbessert die Nutzung von a priori-Wissen im Fall verrauschter Messungen den minimal erreichbaren mittleren quadratischen Fehler? Können wir theoretische Grenzen für diesen Schätzfehler, ähnlich der Cramer-Rao-Lower-Bound im Fall klassischer Schätztheorie, angeben? Zu diesen relevanten Fragestellungen gibt es bis jetzt erst relativ wenige Veröffentlichungen.

An dieser Stelle stellt sich zunächst einmal die Frage, welche statistischen Informationen eigentlich bei der klassischen Signalverarbeitung genutzt werden. Nyquist-Abtastung nutzt zunächst einmal nur das Wissen, dass das Signal bandbegrenzt ist, d.h., die einzige Größe, die genutzt wird, ist die maximale Bandbreite des zu messenden Signales. Dann wird das Signal mit dem Doppelten dieser maximalen Bandbreite abgetastet. Alles weitere Wissen, z.B., dass der Träger des Signales nicht der komplette Frequenzbereich zwischen Null und der maximalen Frequenz des Signales ist, wird nicht genutzt. Andererseits nutzt Compressed Sensing nur das Vorwissen, dass das Signal eine bestimmte Anzahl von Freiheitsgraden hat. Das Wissen, welche Komponenten in der sparsen Darstellungsdomäne von Null verschieden sind, z.B. in welchen Frequenzkomponenten das Signal Leistung besitzt, wird nicht ausgenutzt. Wenn wie bei vielen praktischen Signalen der Träger aber nicht der gesamten Bandbreite entspricht, hat das Signal deutlich weniger Freiheitsgrade als es Abtastwerte bei Nyquistsampling gibt. Die wirklich vorhandenen Freiheitsgrade eines stationären Signals spiegeln sich in der Innovationsrate wider. In [B10], [B11] wurde gezeigt, dass ein stationäres Signal mit einer Abtastrate, die dem Doppelten der Innovationsrate entspricht, also oft einem viel kleineren Wert als der Nyquistrate, dargestellt werden kann. In dieser Arbeit wird offensichtlich statistische Information über das Signal, nichts anderes ist die Innovationsrate, genutzt. Da [B10] eine sehr frühe Arbeit ist und bereits vor dem Aufkommen von Compressed Sensing entstanden ist, wird hier noch nicht auf die bei Compressed Sensing genutzte zufällige Abtastung eingegangen, sondern für bestimmte Signalformen werden jeweils geeignete Basisfunktionen (Kernels) genutzt. Eine Diskussion des Zusammenhangs dieser Arbeit mit Compressed Sensing findet sich in [B11]. Ansonsten gibt es nur wenige Arbeiten, die statistisches Vorwissen bei Compressed Sensing ausnutzen. Beispielsweise wird in [B12] Compressed Sensing für bandbegrenzte Signale genutzt. Hier werden gefärbte Zufallsprojektionen genutzt und somit die Anzahl der benötigten Abtastwerte reduziert. Des Weiteren wird in [B13] statistisches Vorwissen in Bezug auf die Wahrscheinlichkeit, dass das Signal in einer bestimmten Basis sparse ist, genutzt, um nicht nur, wie bei klassischen Compressed Sensing üblich, einen Punktschätzwert des Signals mit höherer Genauigkeit basierend auf den Zufallsabtastwerten zu berechnen, sondern darüberhinaus auch eine posteriori Dichte und somit die Zuverlässigkeit des rekonstruierten Signales zu ermitteln. Insgesamt ist es aber noch weitgehend unverstanden, wie statistisches Vorwissen optimal in die Anwendung von Compressed Sensing integriert werden kann und welche Verbesserungen der Leistungsfähigkeit dadurch erzielt werden können. Dies stellt eine relevante Fragestellung dar, die im Rahmen des Schwerpunktprogramms untersucht werden sollte.

5.1.2 Quantisierungseffekte bei Compressed Sensing

Wie schon eingangs besprochen, liegt der wesentliche Vorteil der Anwendung von Compressed Sensing darin, dass die Menge der benötigten Abtastwerte bei der Messung deutlich kleiner ist als bei klassischen Systemen, bei denen die Abtastrate aus dem Nyquisttheorem folgt. Neben der Zeitdiskretisierung findet bei der Analog/Digital-Wandlung aber auch immer eine Diskretisierung im Wertebereich statt. Offensichtlich führt diese Diskretisierung zu einer Ungenauigkeit, die als Quantisierungsrauschen bezeichnet wird. Bei klassischer Nyquistabtastung sind diese Effekte gut verstanden und das Quantisierungsrauschen kann durch genügend feine, auf die Verteilung der zu messenden Größe abgestimmte Quantisierungsstufen kontrolliert werden [B14]. Es stellt sich nun die Frage, welche Auswirkungen die Quantisierung im Fall von Compressed Sensing hat. Folgt aus der Tatsache, dass das ursprüngliche zeitkontinuierliche und wertkontinuierliche Signal bei Compressed Sensing mit wesentlich weniger Abtastwerten als bei

klassischer Nyquistabtastung dargestellt wird, dass diese Abtastwerte deutlich feiner quantisiert werden müssen als bei der klassischen Analog/Digital-Wandlung? Welchen Trade-Off gibt es zwischen der Menge der genutzten Abtastwerte und der Anzahl der benötigten Quantisierungsstufen, um basierend auf dieser quantisierten Darstellung das ursprüngliche Signal mit einem vorgegebenen Fehler, gemessen zum Beispiel durch den MSE, darstellen zu können? Wie sollen die Quantisierungsstufen gewählt werden, um für eine gegebene Menge von Abtastwerten und eine gegebene Menge von Quantisierungsstufen über alle diese Abtastwerte den Rekonstruktionsfehler zu minimieren? Sollen alle Abtastwerte mit gleich vielen Stufen quantisiert werden? Die Beantwortung dieser Fragen ist einerseits wichtig für die praktische Anwendung von Compressed Sensing, andererseits aber auch interessant für ein fundamentales theoretisches Verständnis. Dennoch gibt es erst relativ wenige Arbeiten über die Quantisierung im Zusammenhang mit Compressed Sensing.

In [B15] wird die Leistungsfähigkeit verschiedener Quantisierer (Skalar-, Vektor-, und Entropiequantisierung) im Zusammenhang mit Compressed Sensing verglichen. Die gleichen Autoren haben in [B16] die mittlere zu erwartende Verzerrung der Signalrekonstruktion aus quantisiertem Compressed Sensing für uniforme und nichtuniforme Quantisierung mit einem auf die Quantisierung angepassten Rekonstruktionsalgorithmus simulativ untersucht. Außerdem gibt es eine Reihe von Arbeiten, die die asymptotische Rekonstruktionseigenschaften von Compressed Sensing mit quantisierten Abtastwerten untersucht haben. So wurde in [B17] die Rekonstruktionsgenauigkeit für ein MSE-Maß und uniforme skalare Quantisierung untersucht und gezeigt, dass die Quantisierung kein wesentliches Problem darstellt. Andererseits wurde in [B18] untersucht, ob die Quantisierung der durch Compressed Sensing gewonnenen zufälligen Abtastwerte mit skalaren Quantisierern zu einer effizienten Darstellung des Signals im informationstheoretischen Sinn führt, d.h. ob ein gegebenes zeit- und wertkontinuierliches Signal bei einer durch die Anzahl der Abtastwerte und die Quantisierung vorgegebene Rate eine Verzerrung im MSE-Maß erreicht, die dicht an der im Sinne der Rate-Distortion Theorie minimal möglichen Verzerrung ist. Diese Untersuchung hat gezeigt, dass dies nicht der Fall ist. Einfache skalare Quantisierung der zufälligen Abtastwerte führt zu einer signifikanten Einbuße gegenüber direkter oder adaptiver Einkodierung des sparsen Signals. Alternative informationstheoretische Quantisierungsstrategien wie Joint Entropy Coding versprechen deutlich bessere Ergebnisse. Hierbei wird im Gegensatz zu klassischer Quantisierung eines jeden einzelnen Abtastwertes gemeinsam über alle Abtastwerte quantisiert. Allerdings führt dies auch zu einer deutlich größeren Komplexität bei der Signalrekonstruktion. Diese Ansätze versprechen eine lineare Skalierung der benötigten Anzahl an Quantisierungsbits mit der Sparsity des Signals. Die Abtastung einerseits und die Quantisierung andererseits können also nicht als zwei unabhängige Probleme behandelt werden. Allerdings sind praktische Implementierungen noch weitgehend offen. Bezüglich dem Quantisierer-Design für Zufallsabtastwerte gibt es erste Resultate in [B19]. Hier werden Quantisierer vorgestellt, die optimal in Bezug auf das mit *Lasso*-Rekonstruktion erreichbare MSE sind. Ein weiterer Ansatz sind Quantisierer, die Ideen des *Relaxed Belief Propagation* aufgreifen [B20]. Auf der anderen Seite gibt es eine Reihe von Arbeiten, die Modifikationen der Rekonstruktionsalgorithmen im Hinblick auf die Quantisierung untersuchen und die eine deutlich bessere Signalrekonstruktion als standard Compressed Sensing Rekonstruktionsalgorithmen ermöglichen [B21], [B22].

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die Quantisierung im Zusammenhang mit Compressed Sensing eine wesentliche Komponente ist, die nicht unabhängig von der Abtastung behandelt werden sollte und die auch einen wesentlichen Einfluss auf die Signalrekonstruktionsalgorithmen hat. Weder aus theoretischer Sicht noch in Bezug auf praktische Implementierung, Algorithmen und die Rechenkomplexität sind die Probleme vollständig verstanden, eine Aufgabe, die im vorliegenden Schwerpunktprogramm angegriffen wird.

5.1.3 Signaltheorie für Sparse Signals

Die digitale Signalverarbeitung ist eine zentrale technologische Grundlage für unsere Digitalwelt und das moderne Informationszeitalter. Wie bereits verdeutlicht bildet die Shannonsche Abtasttheorie eine wichtige theoretische Basis für die moderne Signalverarbeitung. Nach ihr sind bandbegrenzte Signale durch ihre Abtastwerte bei einer hinreichend feinen Abtastung vollständig bestimmt. Bei der digitalen Signalverarbeitung werden diese Abtastwerte weiter verarbeitet. Es ist eine zentrale Annahme in der heutigen digitalen Welt, dass alle stabilen, analogen Systeme auf der Basis der abgetasteten analogen

Signale in stabile zeitdiskrete Systeme überführt werden können. Es konnte erst 2011 gezeigt werden [B23], dass eine solche Umsetzung für nicht überabgetastete Signale im Allgemeinen nicht möglich ist. Mit den Techniken in [B23, B24] kann ebenfalls gezeigt werden, dass auch eine Überabastung keine stabile Umsetzung garantiert. Unter der Ausnutzung der Techniken aus [B25] können diese Resultate ebenfalls für stochastische bandbegrenzte Signale hergeleitet werden. Bei den Untersuchungen spielt der Fakt, dass nur die Abtastwerte des Signals berücksichtigt werden, eine zentrale Rolle. Die Untersuchung in diesen Arbeiten liefern eine starke Unterstützung zu der Vermutung, dass durch allgemeinere Messprozesse, dass heißt nicht nur Abtastung, für Signale kleinerer Bandbreite eine stabile Umsetzung aller analogen Systeme möglich ist. Der Überabastungsfall ist ein Beispiel für Sparsity von Signalen. Eine Entwicklung einer Signal- und Systemtheorie, die es erlaubt Struktureigenschaften von Signalen wie z.B. Sparsity-Definitionsbereich und Sparsity-Wertebereich zu erfassen ist sehr wünschenswert. Eine solche Signalsystemtheorie muss sowohl eine analoge als auch geeignete diskrete Beschreibung von Signalen und Systemen beinhalten. Für die entsprechenden Signal- und Systemklassen wäre es sehr wünschenswert, dass stets äquivalente, analoge und diskrete Beschreibungen von stabilen Systemen möglich ist. Für die praktische Umsetzung ist es wichtig, den Einfluss von unterschiedlichen Quantisierungsregeln auf die Approximationsgüte für Signale und Systeme zu analysieren. Für den Fall von Signalverarbeitungsalgorithmen die auf der Basis von Abtastwerten beruhen, wurde in [B26, B27] gezeigt, dass im Allgemeinen der Approximationsfehler bei immer feinerer Quantisierung im Allgemeinen nicht kontrolliert werden kann.

Andererseits sind in der Mathematik axiomatische Ansätze zur Charakterisierung von Signalmräumen mit guten Eigenschaften wie z.B. Approximierbarkeit durch Fourierintegrale und Darstellbarkeit durch konvergente Faltungsintegrale entwickelt worden [B28, B29]. Diese Arbeiten führten zur Entwicklung der Theorie der Feichtinger Algebren. Diese Signalmräume erlauben eine Entwicklung einer rigorosen Theorie zur Darstellbarkeit von stabilen Systemen, zur Verschaltung von Systemen und zur Entwicklung effizienter Algorithmen [B30]. Aus ingenieurwissenschaftlicher Sicht ist es einerseits interessant diese Signalmräume unter Berücksichtigung von Struktureigenschaften der Signale und Systeme, wie z.B. Sparsity, Bandbreite und Dynamikverhalten weiter zu entwickeln und andererseits ist es für die informationstechnische Anwendung von fundamentaler Bedeutung, eine operationelle Charakterisierung der Signalmräume anzugeben. Ferner sind Ansätze für eine kontinuierliche Theorie des Compressed Sensing von hohem Interesse, s. [B31], [B32].

5.2 Anwendungsfelder

5.2.1 Kanal- und Netzwerkcodierung

Die Komplexität der Decodierung von Kanalcodes mit hinreichend langen Codeworten, welche eine ausreichend große Mindestdistanz aufweisen, ist die primäre Herausforderung in der Kanalcodierung. Das Grundkonzept der Decodierung von linearen Blockcodes über endliche Körper basiert auf dem Syndrom s , welches nur von Restklassen der algebraischen Zerlegung des Decodiererraumes abhängig ist. Ausgehend von s soll auf den wahrscheinlichsten additiven Fehlervektor f am Ausgang des Kanals geschlossen werden. Dafür muss die Lösung des unterbestimmten linearen Gleichungssystems $fH^T = s$ bestimmt werden, welche das kleinste Hamming-Gewicht aufweist. Hierbei ist H die Prüfmatrix des genutzten Blockcodes.

Bei Compressed Sensing (CS) ist es ebenso das primäre Ziel, die Lösung mit dem kleinsten Hamming Gewicht (die *sparseste* Lösung) eines unterbestimmten linearen Gleichungssystems zu finden. Der wesentliche Unterschied zur algebraischen Decodierung von Blockcodes ist, dass bei CS das Gleichungssystem über den Körper der reellen Zahlen bestimmt wird. Um das Konzept von CS auf die Fehlerkorrektur anwenden zu können, führten E. Candes und T. Tao neuartige Blockcodes ein [B5]. Solche Codes verwenden Codesymbole aus dem Körper der reellen Zahlen (anstatt aus einem endlichen Körper). Dieses Verfahren der Fehlerkorrektur (CS based Error Correction (CS-EC)) wurde seither auch von anderen Autoren weiter erforscht und entwickelt [B33]. Ungünstiger Weise verändert der Wechsel des Grundkörpers die topologische Eigenschaften von Blockcodes stark. Die Codeworte mit reellen Symbolen sind im allgemeinen wertkontinuierlich (ohne Quantisierung) und spannen einen Raum mit einer niedrigeren Dimensionalität auf als modulierte Signalvektoren konventioneller Codes. Zudem

verursachen kleine Änderungen eines Informationswortes nur kleine Änderungen des entsprechenden Codewortes. Deshalb ist es fraglich, ob auf CS-EC basierende Codes die Leistung von klassischen Blockcodes erreichen können. Außerdem berücksichtigen die bisherigen Untersuchungen und Beschreibungen der CS-EC nicht die etablierten Untersuchungsmethoden der Kanalcodierung. Daher sind auf CS-EC basierende Ergebnisse nicht direkt mit Resultaten aus der klassischen Kanalcodierungs- und Informationstheorie vergleichbar.

Die sich aus diesem Zusammenhang ergebenden Aufgabenstellungen lassen sich in zwei Kategorien einteilen. Zum einen die Untersuchung von CS-EC, also der Übertragung des CS Konzeptes auf Problemstellungen der Kanalcodierung, und zum anderen die Anwendung von Erkenntnissen, die im Bereich der klassischen Kanalcodierung gewonnen wurden, auf CS.

Für die Untersuchung von CS-EC bieten sich folgende Punkte an:

1. Grundlegende Untersuchungen befassen sich mit der Bewertung der neuen CS-EC Algorithmen vor dem Hintergrund der Kanalcodierung. Hierfür sollen unter anderem die CS-EC Algorithmen an die Anforderungen aus der Kanalcodierungs- und Informationstheorie angepasst werden (Quantisierung und Einführung der Coderate). Ebenso ist die Beschreibung und Analyse geeigneter Kanäle notwendig [A4].
2. Vergleich mit mehrwertigen Codes: Quantisierte oder diskrete Varianten von CS-EC erzeugen Codesymbole, welche einem mehrwertigen Alphabet zugeordnet werden können. Daher bietet es sich an solche Verfahren für Gebiete einzusetzen, in welchen mehrwertige Codes Verwendung finden (z.B. Codeverkettung). Da sich jedoch die mehrwertigen Alphabete dieser Codes von den Alphabeten klassischer Codes (z.B. Reed-Solomon Codes) stark unterscheiden (hinsichtlich der Abhängigkeit von der Informationsvektorenlänge), sind weitere Untersuchungen notwendig.
3. Geeignete Kanäle: CS-EC basierende Codes lassen sich in Kanälen direkt anwenden, in welchen einige wenige Symbole stark von Rauschen betroffen sind, während der Großteil der Symbole nur von sehr schwachem Rauschen beeinträchtigt wird. Für solche Kanalsituationen sollen verbesserte Generatormatrix- und Informationsvektor-Konstellationen untersucht werden.
4. Grenzen für die maximale Anzahl der korrigierbaren Symbole: Solche Grenzen sind abhängig von der Generatormatrix und dem Informationsvektor. Genaue Beschreibungen dieser Grenzen sind derzeit weitestgehend unerforscht.
5. Möglichkeit anderer Approximationen: Die Decodierung von CS-EC Codes basiert auf dem Basis-Pursuit Algorithmus. Andere Verfahren für die Approximation der ℓ_0 - Minimierung sollten auf ihre Tauglichkeit für die Fehlerkorrektur hin untersucht werden (z.B. Greedy-Algorithmen). Möglicherweise ergeben sich daraus schnellere und/oder stabilere Decodierverfahren.
6. Komplexität der Decodierung: Es sollte untersucht werden, inwiefern sich die Algorithmen zur Lösung linearer Programme optimieren lassen, wenn die entsprechende Koeffizientenmatrix bekannt ist und besondere konstruktionsbedingte Strukturen aufweist.
7. Netzwerkcodierung und Kryptografie: Die Eignung des CS Konzeptes für die Anwendung in der Netzwerkcodierung, bei Fountain-Codes und in der Kryptografie sollte untersucht werden.
8. Asymptotische Eigenschaften von CS-EC: Eine geometrische Interpretation von CS basiert auf Anordnungen (sogenannten Arrangements) von Hyperebenen im euklidischen Raum. In Kombination mit C. Shannons geometrischer Codierungsdarstellung könnten asymptotische Eigenschaften (Kapazität, Fehlerexponent und Distanzverteilung) von CS-EC abgeleitet werden.

Die Anwendung von Erfahrungen und Erkenntnissen aus dem Bereich der klassischen Kanalcodierung auf CS bietet sich beispielsweise in folgenden Punkten an:

1. Reed-Muller (RM) Codes für CS: Die Arbeit von S. Howard, R. Calderbank und S. Searle [B34] hat bereits gezeigt, dass mit RM-Codes auch strukturierte Messmatrizen verwendet werden können.

Deshalb sollen die bekannten Ergebnisse zur Decodierung von RM-Codes auf ihre Verwendbarkeit untersucht werden. Der Abtausch von Kompression und Genauigkeit bzw. Mean Square Error (MSE) soll analysiert werden und auch der Abtausch zwischen Komplexität (suboptimale Decodierverfahren) und MSE.

2. Reed-Solomon (RS) Codes für CS: Die mächtige Codeklasse der RS-Codes über den komplexen Zahlen \mathbb{C} könnte verwendet werden, um Messmatrizen zu erhalten. Dabei sollen die bekannten Verfahren zur Soft-Decision-Decodierung [B35] auf ihre Tauglichkeit für CS überprüft werden. Auch hier ist eine MSE-Analyse geplant.
3. Codes mit ungleichem Fehlerschutz (UEP) für CS: Da Daten inhärent ungleich wichtig sind, soll versucht werden, mit Hilfe von UEP-Codes [A5] die Daten unterschiedlich gemäß ihrer Wichtigkeit zu komprimieren. Dabei sollen unterschiedliche MSE bei unterschiedlichen Kompressionsfaktoren betrachtet werden. Auch hier sollen die Verluste bei suboptimalen Decodierverfahren untersucht werden.

5.2.2 Radar und Synthetisches Apertur Radar (SAR), 2D/3D Radar-Bildgebung

In der klassischen Radarsensorik sind die wesentlichen zu messenden Objektparameter der Abstand und die Geschwindigkeit des Objektes. Um eine Messung mit ausreichend hoher Auflösung dieser Parameter zu ermöglichen, muss die Bandbreite des gesendeten Signals und auch die Auflösung des Analog/Digital-Wandlers zur Messung des reflektierten Signals ausreichend hoch sein. So wird für eine Abstandsauflösung von ΔR die Bandbreite $B = c/(2\Delta R)$ benötigt, wobei c die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. Somit sprechen wir von Nyquistraten in der Größenordnung von $GSamples/s$. Andererseits sind die beobachteten Signale oft sparse, da sich meist nur ein kleiner Teil der beobachteten Umgebung bewegt, z.B. ein Schiff auf dem Meer. Dementsprechend stellt sich in diesem Anwendungsbereich die Frage, wie und auf welche Weise CS genutzt werden kann, um die Abtastrate der Analog/Digital-Wandlung zu reduzieren. Dies setzt allerdings voraus, dass eine Abtastung in einer inkohärenten Darstellungsdomäne möglich ist. In diesem Zusammenhang ist zu untersuchen, welche Form von Vorverarbeitung, d.h. Sendesignal-Pulsformung, benötigt wird, um eine inkohärente Abtastung zu erreichen.

Um eine 2-dimensionale Darstellung der Umgebung mittels Radar zu ermöglichen, wird das Prinzip des Synthetischen Apertur Radars (SAR) genutzt. Hierbei wird eine kleine Antenne senkrecht zur Strahlrichtung bewegt und somit die Momentaufnahme einer großen Antenne mit einer großen Apertur durch viele Aufnahmen einer kleinen bewegten Antenne ersetzt. Durch Kombination der Empfangsechos der empfangenen Signale entspricht dies dann der Messung einer Antenne mit einer großen Apertur, daher der Name *Synthetisches Apertur Radar*. In klassischen SAR Systemen bestimmt die Abtastrate die Auflösung senkrecht zur Bewegungsrichtung. Auch hier wird die Tatsache ignoriert, dass die zu beobachtende SAR Umgebung meist sparse ist. Des Weiteren ist die Bildberechnung aus den Messdaten ein rechenintensiver Prozess, der für monostatische SAR-Bildgebung (Empfänger und Sender sind an der gleichen Stelle) numerisch effizient realisiert werden kann, s. [A6]. Nicht-Standardanordnungen, z.B. wenn ein extrem breiter Landstrich abgebildet werden soll, erfordern jedoch numerisch sehr aufwändige Zurückverfolgungsalgorithmen (Backpropagation Techniques). Dies gilt sowohl für monostatisches SAR als auch für bistatisches SAR, bei dem sich Sender und Empfänger an unterschiedlichen Orten befinden und unterschiedlich schnell und in unterschiedliche Richtungen bewegen. In diesem Zusammenhang soll untersucht werden, ob es möglich ist, mit Hilfe von CS die Anzahl der erhobenen Messdaten deutlich zu reduzieren und ob darauf aufbauend die Berechnung der Echozurückverfolgung durch eine ℓ_1 -Minimierung eine effizientere numerische Lösung erlaubt, ohne die Qualität der Bildgebung nachteilig zu beeinflussen.

3-dimensionale SAR-Bildgebung erzeugt echte 3-dimensionale tomographische Bilder der Umgebung. Objekte, die sich in unterschiedlicher Höhe befinden aber bei 2D SAR auf die gleiche Ebene projiziert werden, können bei 3D SAR separiert werden. Dies ist auch ein Unterschied zum interferometrischen SAR, welches nur 2,5-dimensionale Bilder liefert. Um diese 3-dimensionale Bildgebung zu realisieren, wird eine zweite (synthetische) Apertur erzeugt, die orthogonal zur Abstands- und Azimuth-Richtung ist. Dazu werden unterschiedliche azimuthal übereinanderliegende bildgebende Spuren benötigt. Mathematisch ausgedrückt wird das gleiche Objekt auf mehrere Projektionsebenen projiziert. Durch die Be-

begrenzung der Anzahl der bildgebenden Spuren wird eine nicht uniforme und dünn besetzte Apertur endlicher Ausdehnung erzeugt. Die endliche Ausdehnung der Apertur begrenzt die Auflösung in vertikaler Richtung. Außerdem führt die Unterabtastung zu Artefakten durch Aliasing bei Nutzung klassischer Shannon-Abtastung. Um diese Problematik der begrenzten Auflösung zu umgehen, werden *Spectral Super Resolution* Techniken wie *Capon Beamforming* eingesetzt. Diese führen aber zu Kalibrationsproblemen. Effekte durch die nicht äquidistante Abtastung sowie durch nicht parallele und nicht äquidistante bildgebende Spuren werden durch numerisch aufwändiges Resampling behoben. An diesem Punkt kann CS zusammen mit nichtlinearen Rekonstruktionstechniken helfen. Die Imperfektionen der Messdatenaquisition können als eine Form der Generierung inkohärenter Beobachtungen interpretiert werden, so daß sich Rekonstruktionsmethoden des CS anbieten. Durch Unzulänglichkeiten bei der Messung entstehen allerdings höhere Anforderungen an die Rekonstruktionsmethoden, so dass anspruchsvolle Erweiterungen der mathematischen Optimierungstheorie benötigt werden.

Ein weiteres Gebiet der Radarbildgebung mit steigendem wissenschaftlichen Interesse ist das Tiefenradar (Ground Penetrating 3D Radar (GPR)), das 3-dimensionale tomographische Bildgebung ermöglicht, s. [A7]. Dies wird z.B. bei Tunnelbohrarbeiten oder für Sicherheitsanwendungen (z.B. für "Körperscanner") genutzt. Eigentlich ist GPR keine neue Technologie, für seismische Erkundungen wird es in einem anderen Wellenlängenbereich schon lange eingesetzt, siehe J. Claerbout, *Stanford Exploration Project* [B36]. J. Claerbout war einer der Ersten, der implizit CS Rekonstruktionsideen genutzt hat, um dünn besetzte Impulsfolgen aus verrauschten Reflektogrammen im Zeitbereich zu rekonstruieren. Seismische Erkundung kann als ein Vorläufer der bistatischen SAR-Bildgebung verstanden werden. Da die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von der Dichte des Ausbreitungsmediums abhängt, entsprechen seismische Erkundungen immer einer bi- oder multistatischen Anordnung und es wurde gezeigt, dass der "Dip Move Out"-Ansatz ("Roccas Smile") eine enge Verbindung zu multistatischer SAR-Bildgebung hat. Dies kommt in "Loffeld's bistatic formula" (LBF) zum Ausdruck, s. [A8]. Somit wird CS nicht nur die theoretische Basis für 3-dimensionales bildgebendes Tiefenradar liefern, sondern auch neue praktisch anwendbare Bildgebungsverfahren für diesen Anwendungsbereich ermöglichen.

5.2.3 Verteiltes Compressed Sensing

Verteiltes Compressed Sensing (DCS) beschreibt die Komprimierung und Wiederherstellung eines *globalen Signales* \mathbf{x} , welches in *Teilsignale* $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ zerlegt ist, so dass $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_n^T]^T$. Hierbei ist die besondere Eigenschaft, dass einerseits die Teilsignale unabhängig voneinander komprimiert werden, dann aber andererseits das globale Signal \mathbf{x} in seiner Ganzheit an einem Ort rekonstruiert wird. DCS ist im Besonderen interessant für die Kompression von Quellen, die untereinander korreliert sind aber nicht gemeinsam komprimiert werden können, wie sie z.B. bei Sensoren an verschiedenen Orten vorliegen (z.B. verteilte Temperaturmessung im Bereich der Meteorologie, die Temperatur an verschiedenen Orten ist miteinander korreliert). Abb. 1 zeigt eine einfache Basiskonfiguration für DCS im Bereich von funkbasierten Sensornetzwerken, wie sie in [B37] beschrieben wird.

In [B37] wird angenommen, dass \mathbf{x} komprimierbar ist, also eine sparse Darstellung besitzt. Darauf aufbauend wird in [B38] der Anwendungsbereich von DCS dahingehend erweitert, dass das Konzept der gemeinsamen Sparsity eingeführt wird, welches den Fall beschreibt, dass mehrere Teilsignale eine gemeinsame Struktur aufweisen. In diesem Zusammenhang werden verschiedene *Joint Sparsity Modelle (JSM)* eingeführt, die für unterschiedliche Anwendungsfälle interessant sind. Beispielsweise beschreibt das *JSM-1* Modell Teilsignale, die einerseits eine gemeinsame Komponente mit einer sparsen Darstellung haben und andererseits individuelle Innovationssequenzen besitzen. Dies ist z.B. ein Modell für Messungen mit verteilten Sensoren. Die JSMs beschreiben sowohl *intra*-Signal Korrelationen (innerhalb der Teilsignale) als auch *inter*-Signal Korrelationen (zwischen Teilsignalen). Für die verschiedenen JSM werden in [B38] Rekonstruktionsalgorithmen entwickelt und Fehlerschranken bestimmt.

Eine weitere mathematische Modellierungsmöglichkeit sind sogenannte Fusion Frames, die erlauben, Messungen in speziellen Unterräumen zusammenzufassen. Mathematische Grundlagen hierzu werden in [A9] gelegt, Anwendungen auf Compressed Sensing finden sich in [A10].

Mögliche Anwendungen von DCS sind vielfältig, vom Bereich funkbasierter Sensornetze über Relay-Netzwerke [A11] bis hin zur Video-Encodierung. Von besonderem Interesse für dieses Projekt

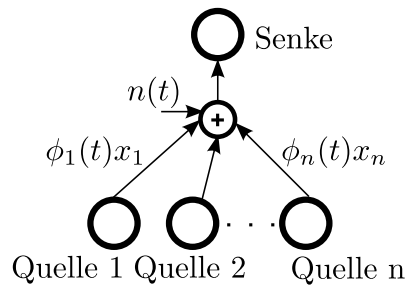


Abbildung 1: DCS Konfiguration wie in [B37] beschrieben. Die skalaren Signale $x_j \in \mathbb{C}$ jeder Quelle j mit $j = 1, \dots, n$ sollen zu einer gemeinsamen Senke übertragen werden. Dazu sendet jede Quelle zum Zeitpunkt t das Signal $\phi_j(t)x_j$. Hier ist $\phi_j(t)$ eine Zufallszahl, die der Senke bekannt ist. Somit ergibt sich das Empfangssignal $\sum_{j=1}^n \phi_j(t)x_j + n(t)$ an der Senke. Der Empfangsvektor $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^m$, der m Kanalnutzungen zusammenfasst, ist dann gegeben durch $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{n}$, $\Phi \in \mathbb{C}^{m \times n}$ mit $[\Phi]_{ij} = \phi_j(i)$, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ und $\mathbf{n} = [n(1) \ n(2) \ \dots \ n(m)]^T$. Unter der Voraussetzung, dass \mathbf{x} eine sparse Darstellung besitzt, lässt es sich im Fall $m < n$ rekonstruieren.

sind die grundlegenden informationstheoretischen Schranken von DCS im Falle von rauschbehafteten Übertragungskanälen. Hier stellen sich insbesondere die folgenden Fragen: Welche *Distortion Rate* kann zwischen den verschiedenen Quellen und einer oder mehrere Senken für ein gegebenes JSM erzielt werden. Wie und mit welcher Rate sollten die Teilsignale lokal komprimiert werden und wie kann das globale Signal rekonstruiert werden? Von gleicher Bedeutung sind die praktischen Aspekte von DCS: Wie kann DCS in einem typischen Kommunikationssystem implementiert werden? Dabei soll auch untersucht werden, welche Auswirkungen Aspekte wie Echtzeitbedingungen, Synchronisation, beschränkte Rechen- und Implementierungskomplexität auf die Anwendung von DCS hat.

5.2.4 Spectrum Sensing

Dynamic Spectrum Access (DSA) ist eine Schlüsselkomponente kognitiver Funknetzwerke (*Cognitive Radio (CR) network*). Ziel des DSA ist es, die Datenübertragung an die Bedingungen des Funkkanals so anzupassen, dass die zur Verfügung stehende Bandbreite des Funkkanals möglichst effizient genutzt wird. Eine Voraussetzung zur Anwendung von DSA-Verfahren ist das *Spectrum Sensing*, dessen Aufgabe es ist, Informationen über die Nutzung des Spektrums zur Verfügung zu stellen, d.h. zu messen, welche Frequenzbereiche des Spektrums mit welcher Leistung genutzt werden. Beispielsweise erlaubt CR, spektrale Bereiche zu nutzen, die von den primären Nutzern dieser Frequenzbänder nicht genutzt werden. Des Weiteren ermöglichen CR-Netzwerke mehreren Sendern, die gleiche Resource (z.B. ein Unterträger im Frequenzbereich) zu nutzen, wenn sichergestellt ist, dass ihre Signale nicht interferieren. Hierzu ist es oft notwendig große Bandbreiten zu messen (*sensing*). Dies erfordert aber hohe Abtastraten, wenn man Nyquist-Abtastung sicherstellen will, und erfordert viel Energie sowie teure Hardwarekomponenten. Eine Idee, diese Nachteile zu umgehen, ist es, das Spektrum unterhalb der Nyquistrate abzutasten.

Hierzu ist Compressed Sensing eine geeignete Methode, da typischerweise angenommen werden kann, dass nur eine verhältnismäßig kleine Anzahl an Unterträgern des Spektrums genutzt wird. In diesem Zusammenhang, d.h. zur Anwendung von Compressed Sensing für Spectrum Sensing, gibt es bereits eine Vielzahl von Vorarbeiten. In [B39] wird ein vollständiger Aufbau zum verteilten Spectrum Sensing basierend auf Compressed Sensing vorgestellt. Dieses System soll mit Hilfe von Abbildung 2 erläutert werden. Das betrachtete Szenario besteht aus mehreren CRs, die den Kanal mit deutlich weniger Abtastwerten messen als es der Nyquistrate entsprechen würde. Basierend auf CS-Rekonstruktion können die CRs das Spektrum des Empfangssignals, d.h. die spektrale Nutzung an ihrer räumlichen Position berechnen. Um die Zuverlässigkeit des Spectrum Sensing zu erhöhen und um den Einfluß des Fadings auf das Spectrum Sensing zu verringern, wird in [B39] verteiltes Spectrum Sensing vorgeschlagen.

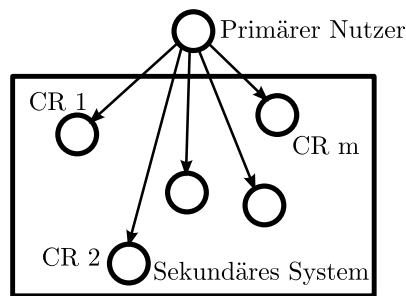


Abbildung 2: Spectrum Sensing Szenario in einem kognitiven Funknetzwerk.

Mit Hilfe eines in [B40] vorgestellten Algorithmus werden die Ergebnisse des Spectrum Sensing nach einer lokalen Entscheidung darüber, ob bestimmte Frequenzbereiche genutzt werden, unter benachbarten CRs verteilt. Basierend auf diesen durch Spectrum Sensing an verschiedenen Orten gewonnenen Informationen kann nun jeder Netzwerkknoten ein präzises Bild der Nutzung des Spektrums erstellen. In [B41] wird ein weiterer sehr interessanter Ansatz vorgestellt, bei dem nicht nur die spektrale Nutzung des Frequenzbandes bestimmt werden soll. Darüber hinausgehend wird auch die Position des primären Nutzers geschätzt. Dazu wird basierend auf einem deterministischen Modell für die Signalabschwächung in Abhängigkeit von der Ausbreitungsdistanz die Empfangsleistung in eine räumliche Distanz umgerechnet. Hieraus wird nun berechnet, in welchem Punkt auf einem virtuellen Raster sich der primäre Nutzer befindet. Die Berechnung erfolgt auf einem Raster, um das Optimierungsproblem mit geringem Rechenaufwand lösbar zu machen. Ein weiterer Ansatz zum Spectrum Sensing in [B42], [A12] basiert auf *matrix completion* [B43] bzw. *low rank matrix recovery*, einer interessanten Erweiterung von CS auf die effiziente Rekonstruktion von Niedrigrangmatrizen. Hierbei besteht die Matrix, die vervollständigt werden soll, aus Zeilen, die jeweils die durch ein CR gemessene spektrale Nutzung angeben. Diese Matrix ist inhärent von kleinem Rang, da den Messungen aller CRs die gleichen Sendesignale zugrunde liegen.

Obwohl die existierende Literatur bereits wichtige Probleme behandelt, gibt es noch eine Vielzahl von offenen Fragen, um Compressed Sensing zum Spectrum Sensing in praktischen Systemen zur Anwendung zu bringen. Diese Fragen sind einerseits von theoretischer Natur, betreffen andererseits aber auch Implementierungsaspekte. Eine wesentliche Frage betrifft den Einfluss der Anzahl genutzter Abtastwerte, die die Qualität der lokalen Rekonstruktion beeinflusst. Offensichtlich gibt es einen Trade-off zwischen den Kosten für die Abtastung und der Rekonstruktionsgenauigkeit des Spektrums. In diesem Zusammenhang muss untersucht werden, wie die aufgrund der Implementierungskomplexität vorgegebene Menge der genutzten Abtastwerte über das CR-Netzwerk verteilt werden sollte, d.h. welches CR das Spektrum wie oft abtasten soll. In Bezug auf die Nutzung von Matrix Completion für Spectrum Sensing sollten verteilte Algorithmen entwickelt werden, die diese Methode zuverlässiger machen. Auf der Implementierungsseite liegt die Herausforderung darin, Compressed Sensing zum Spectrum Sensing über große Bandbreiten zu nutzen und gleichzeitig Echtzeitbedingungen einzuhalten. Außerdem sollen auch Algorithmen und Architekturen im Hinblick auf die praktische Realisierung untersucht werden.

5.2.5 Signalverarbeitung in der Übertragungstechnik

Wie schon in den vorhergehenden Applikationen gezeigt, liegt eine wesentliche Eigenschaft des Compressed Sensing darin, die wesentlichen Aspekte eines hochdimensionalen Signales mit Hilfe von wenigen Abtastwerten zu erfassen. Dies ist der wesentliche Unterschied zur klassischen Signalverarbeitung, bei der die Abtastung weitgehend unabhängig von der Struktur des Signales ist. Somit ist eine enorme Steigerung der Effizienz bzw. Schonung der Ressourcen durch die Anpassung der Signalverarbeitungsalgorithmen an die spezielle Struktur der Signale (d.h. Sparsity in einer geeigneten Darstellung) zu erwarten.

Dies trifft z.B. auf den Entwurf von Empfangsalgorithmen für digitale Übertragungsverfahren zu, da pulsamplitudenmodulierte Signale aufgrund ihrer Generierung eine starke Struktur aufweisen. Herausragende Beispiele sind Empfänger für „Continuous Phase Modulation (CPM)“, bei der eine konstante

Einhüllende erzwungen wird, und „Ultra Wideband Modulation (UWB)“, bei der nur seltene und sehr kurze Sendeimpulse verwendet werden [B44, B45].

Ferner können Methoden des Compressed Sensing gewinnbringend bei der algorithmischen Signalzeugung eingesetzt werden. Hier sollen geeignete Sendesignale erzeugt werden, die bestimmten Anforderungen gerecht werden. Für die dazu nötige Detektion von seltenen, aber umso unangenehmeren Ereignissen, erhofft man sich aufwandsgünstigere Lösungen durch Compressed Sensing. Eine Anwendung in diesem Bereich sind Algorithmen, die darauf abzielen bei OFDM-Systemen den Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) zu begrenzen, denn hohe Leistungsspitzen führen zu nichtlinearen Verzerrungen des Ausgangssignales, da der Leistungsverstärker in Sättigung geht [B46, B47].

Schließlich ist die Verarbeitung von Daten, welche mittels Compressed-Sensing-Ansätzen gewonnen wurden, zu nennen. Eine angepasste Weiterverarbeitung dieser Daten, ohne zwischenzeitliche Rekonstruktion und erneute Datenextraktion (bzgl. einer anderen Darstellung) ist eine Aufgabe, die für den effizienten Einsatz von Compressed Sensing zu lösen ist.

5.2.6 Technische Akustik

Zur Analyse räumlich, zeitlich und spektraler komplexer Schallfelder sind kompakte sphärische Mikrofonarrays weit verbreitet, da sie eine gleichmäßige Messung für Schalleinfall aus allen möglichen Raumrichtungen erlauben. Durch die regelmäßige Geometrie ist der Störeinfluss des Arraygehäuses auf das zu messende Schallfeld analytisch berechenbar und kann dementsprechend kompensiert werden. Die Signalanalyse des an den Mikrofonpositionen diskret abgetasteten Schalldrucks wird dabei mit Hilfe einer zweidimensionalen Fouriertransformation auf der Kugeloberfläche durchgeführt. Ähnlich wie bei der Überführung von Zeitsignalen in die für viele Berechnungsmethoden entsprechende Frequenzdarstellung, ergibt sich somit ein Zusammenhang von einer kontinuierlichen (oder auch abgetasteten) Ortsfunktion auf der Kugeloberfläche und der entsprechenden Darstellung im Ortsfrequenzbereich. Harmonische Kugelflächenfunktionen (Spherical Harmonics) stellen dabei als orthonormale Funktionen die am häufigsten verwendete Basis für die Zerlegung in die alternative Domäne dar. Je nach Anwendung können aber durchaus andere Basisfunktionen dafür verwendet werden. Der nutzbare Frequenzbereich für eine akkurate Analyse von Schallfeldern mit Kugelmikrofonarrays ist dabei durch die Größe des Arrays, sowie Lage und Anzahl der eingebauten Mikrofone gegeben. Für viele Applikationen ist dieser nutzbare Frequenzbereich jedoch zu begrenzt, so dass mehrere solcher Mikrofonarrays unterschiedlicher Größen kombiniert werden müssen um die gewünschten Ergebnisse zu erzielen. Man beachte dabei die Bandbreite der Hörakustik über drei Dekaden und entsprechend drei Größenordnungen von Wellenlängen und Kugelgrößen. Diese Probleme sind bisher nicht annähernd lösbar, so dass Methoden mit Kugelarrays zwar theoretisch perfekt funktionieren, aber in der Praxis an Grenzen stoßen.

Einen alternativen Lösungsansatz zur Erhöhung der Bandbreite bieten die Algorithmen des Compressed Sensings [B48, B49, B50]. Unter Einbezug von Vorwissen über die Art des zu messenden Schallfeldes kann die Nutzbandbreite signifikant erhöht werden. In der Raumakustik ändert sich beispielsweise je nach Raumsituation das Verhältnis zwischen Direktschall und Diffusanteil des zu messenden Schallfeldes. Bei Freifeldbedingungen (kein Diffusfeld) oder in relativ stark bedämpften Räumen (schwacher Diffusfeldanteil) lässt sich das Schallfeld an einem Messpunkt durch eine beschränkte Anzahl einfallender ebener Wellen darstellen. Bei Wahl der passenden Basis (hier z.B. Schalldruckverteilung bei ebenem Welleneinfall) ist das Messsignal örtlich ausgebreitet (alle Mikrofone messen Schalldruck), kann aber mit einer sparsen Darstellung in der gewählten Domäne (also durch wenige ebene Wellen) beschrieben werden. Das gleiche gilt für Freifeld-Szenarien im Lärm-Immissionsschutz mit einer begrenzten Anzahl von Schallquellen. Für Anwendungen der 3D-Raumschallerzeugung über diffuse Schallfelder kann die Feinstruktur des Schalleinfall im Detail oft vernachlässigt werden, ohne die subjektiv empfundene Qualität der Schallrekonstruktion zu verringern. Kombiniert man diese psychoakustischen Phänomene mit der Theorie des Compressed Sensing, lässt sich auch dafür eine neue Art der Schallfeldmessung und -analyse entwickeln, die die herkömmlichen Begrenzungen an Nutzbandbreite und verfügbaren Störabstand überwindet und somit deutliche Verbesserungen für zahlreiche Anwendungen in der Raum- und Bauakustik, der Lärmbekämpfung, der Elektroakustik und Audiotechnik, der akustischen Messtechnik sowie der Quelllokalisierung für Kommunikationsanwendungen verspricht.

5.3 Organisatorisches

5.3.1 Synergie-Konzepte und Werkzeuge zur Gestaltung der Zusammenarbeit

Zur erfolgreichen Bearbeitung der Thematik dieses Schwerpunktprogramms ist es unablässig, Wissenschaftler aus der Theorie und aus den verschiedenen Anwendungsfeldern zusammenzubringen und einen regen Austausch sicherzustellen. Dazu sind folgende Ansätze geplant:

- Regelmäßige Kolloquien, auf denen der Fortschritt aller Teilprojekte vorgestellt wird. Diese Kolloquien sollen nicht nur der Vorstellung der erzielten Arbeitsergebnisse sondern auch als Forum dienen, offene Fragestellungen und Probleme zu diskutieren und damit zu einer intensiven Zusammenarbeit anregen. Dies betrifft in den Anwendungsfeldern auftretende theoretische Fragestellungen, die idealerweise zu einer Zusammenarbeit von Theoretikern und Anwendern führen. Ein anderes Beispiel sind Ideen und Lösungen, die in einem Anwendungsbereich gefunden wurden, und auch Forschern aus anderen Anwendungsbereichen dienlich sein können. Die Kolloquien werden stimulierend für den Fortschritt in allen Teilprojekten sein.
- Zu Teilaspekten können von den Teilnehmern des Schwerpunktprogramms Workshops organisiert werden, bei denen Teilnehmer zu vorher klar abgegrenzten Fragestellungen den Raum erhalten, gemeinsam an Lösungen zu arbeiten.
- Als eine weitere wesentliche netzwerkbildende Veranstaltung sollen Sommer/Winterschulen für Doktoranden organisiert werden. Für diese Schulen sollen zum einen hochkarätige Wissenschaftler (auch international) eingeladen werden, die Tutorials zu speziellen Aspekten des Compressed Sensing geben. Andererseits sollen die Doktoranden kurze Vorträge zu Ihren Forschungsprojekten halten. Hierbei sollen nicht nur abgeschlossene Arbeiten gezeigt werden, sondern durchaus auch *work in progress*. Die Vorstellung von noch nicht gelösten Problemen soll zu einer gegenseitig befruchtenden, den Austausch anregenden Atmosphäre beitragen. Diese Sommer/Winterschulen sollen im Stil der bekannten *Schools of Information Theory* organisiert werden.
- Die Zusammenarbeit von Teilnehmern des Schwerpunktprogramms soll gefördert werden, indem auch längerfristige Arbeitsbesuche unterstützt werden und explizit gefördert werden.
- Es soll eine gemeinsame Webseite betrieben werden, die der Verbreitung erzielter Resultate und dem Austausch von Informationen dient.

5.3.2 Konzepte zur Nachwuchsförderung

Das beantragte Schwerpunktprogramm wird zu einer gezielten Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses führen, indem es einer Generation von Promotionsstudenten die Arbeit in einem äußerst relevanten neuen Forschungsbereich ermöglicht, der für ein breites Spektrum von Anwendungen von großer Bedeutung ist. Durch die Einbettung ihrer wissenschaftlichen Ausbildung in dieses Schwerpunktprogramm haben Doktoranden die Möglichkeit, von einer breiten Expertise zu profitieren und schon früh in ihrer Ausbildung eigene wissenschaftliche Netzwerke aufzubauen. Die Doktoranden und Postdocs haben die Chance, durch Kolloquien und Arbeitsbesuche Kontakte zu Wissenschaftlern, die an verwandten Themenstellungen arbeiten, auch außerhalb ihrer eigenen Hochschule zu knüpfen.

Darüber hinaus bietet das geplante Angebot an Sommer/Winterschulen den Doktoranden und Postdocs herausragende Möglichkeiten, persönlich mit den besten Wissenschaftlern ihrer Domäne in Kontakt zu kommen. Wir denken, dass dies den Doktoranden eine hervorragende wissenschaftliche Ausbildung ermöglicht. Ferner ist es für die eigenen Arbeit sehr motivierend, die besten Wissenschaftler des eigenen Arbeitsbereichs *live* zu erleben. Außerdem bieten solche Sommer/Winterschulen eine gute Möglichkeit, individuelle Wissenslücken zu schließen.

Des Weiteren ist es auch angedacht, dass Zweitgutachter für Dissertationen aus dem Teilnehmerkreis des Schwerpunktprogramms rekrutiert werden. Idealerweise haben die Doktoranden vorher einen längeren Arbeitsbesuch an dem Institut des entsprechenden Zweitgutachters absolviert.

Eine weiterer wichtiger Aspekt der Nachwuchsförderung im Rahmen des Schwerpunktprogrammes sind die vielfältigen Gelegenheiten (Kolloquien, Workshops, Sommer/Winterschulen), die eigene Arbeit vorzustellen und somit die Präsentation der eigenen Ergebnisse zu üben. Die Doktoranden werden ermutigt, ihre Resultate frühzeitig in hochrangigen internationalen wissenschaftlichen Zeitschriften zu veröffentlichen und auf hochrangigen internationalen Konferenzen zu präsentieren.

5.3.3 Gleichstellungsmaßnahmen

Alle Initiatoren des Schwerpunktprogramms hoffen, mehr weibliche Studierende für die Mitarbeit in dem Schwerpunktprogramm akquirieren zu können. Des Weiteren werden wir versuchen, aktiv potentielle Kandidatinnen für Mitarbeit in dem Schwerpunktprogramm zu gewinnen.

Darüber hinaus verpflichten sich alle Teilnehmer, ein familienfreundliches Umfeld zu schaffen, in dem für Eltern geeignete Bedingungen zur Vereinbarkeit von Beruf und Familie herrschen. Dies wird hauptsächlich durch entsprechende Programme der jeweiligen Universität gewährleistet, aber auch durch flexible Arbeitszeiten in den jeweiligen Arbeitsgruppen.

5.3.4 Internationale Einbindung und Sichtbarkeit

Die Initiatoren dieses Schwerpunktprogramms sind in die internationale Wissenschaftsgemeinde im Bereich des Compressed Sensing eingebunden, entsprechende Kontakte finden sich unten. Die vorhandenen wissenschaftlichen Netzwerke sollen zur wissenschaftlichen Zusammenarbeit im Rahmen des Schwerpunktprogramms genutzt werden. In diesem Zusammenhang werden Doktoranden und PostDocs angehalten, für einen längeren Zeitraum als Gast zu einer dieser Arbeitsgruppen ins Ausland zu gehen. Auf der 2011 in Aachen veranstalteten Konferenz ISWCS, die maßgeblich von zwei Mitgliedern der Initiatorengruppe organisiert wurde (Rudolf Mathar (General Chair) und Gerhard Kramer (TPC Chair)), gab es schon zwei Hauptvorträge etablierter Wissenschaftler aus dem Bereich des Compressed Sensing (Helmut Bölcskei und Wolfgang Dahmen). Weiterhin wurden von Holger Rauhut und Gitta Kutyniok eine Reihe internationaler Workshops mitorganisiert, bei denen das Thema Compressed Sensing stark vertreten war. Hervorzuheben ist der Matheon-Workshop „Compressed Sensing and Its Applications“ (Berlin, 2013).

Hochrangige Wissenschaftler aus dem Bereich Compressed Sensing zu denen Mitglieder der Initiatorengruppe Kontakte pflegen sind:

Richard Baraniuk (Rice University), Helmut Bölcskei (ETH Zürich), Robert Calderbank (Duke University), Emmanuel Candès (Stanford University), Wolfgang Dahmen (RWTH Aachen), David L. Donoho (Stanford University), Michael Elad (Technion Haifa), Yonina Eldar (Technion, Haifa), Justin Romberg (Georgia Institute of Technology), Zouwei Shen (National University of Singapore), Thomas Strohmer (University of California, Davis), Joel Tropp (California Institute of Technology).

6 Abgrenzung zu laufenden Programmen

Der Kernaspekt von Compressed Sensing ist die Extraktion von Information aus hochdimensionalen Signalräumen. Ähnliche Problemstellungen treten in einer Vielzahl von ingenieurwissenschaftlichen, naturwissenschaftlichen aber auch wirtschaftswissenschaftlichen Fragestellungen auf, bei denen Zusammenhänge und Verhalten oft durch komplexe mathematische Modelle beschrieben werden. Durch die rapide wachsende Rechenleistung moderner Computer wurden diese Modelle in den letzten Jahren immer realistischer, aber auch komplexer. Hiermit stellt sich die Aufgabe, die wesentlichen Informationen aus einer Informationsflut zu extrahieren. Dazu gibt es verschiedene Ansätze, wie z.B. Data Mining, Machine Learning, und auch Compressed Sensing. Um für diese Vielzahl von Anwendungen systematische mathematische Lösungen zu entwickeln, wurde vor einigen Jahren (2007) in der Mathematik das DFG-Schwerpunktprogramm „Mathematische Methoden zur Extraktion quantifizierbarer Informationen aus komplexen Systemen“ ins Leben gerufen (Laufzeit bis Mitte 2014). Nur wenige Projekte dieses Schwerpunktprogramms befassen sich mit Compressed Sensing.

Im Gegensatz wird das hier beantragte Schwerpunktprogramm "Compressed Sensing in der Informationsverarbeitung" den Fokus auf Compressed Sensing legen und insbesondere die Anwendungen aus der Elektrotechnik und Informationstechnik betonen. Aus der Theorie gewonnene Verfahren werden durch zugehörige effiziente Algorithmen und Implementationen nahe an die praktische Anwendung gebracht. Der damit verbundene signaltheoretische Hintergrund und die Fokussierung auf Compressed Sensing gibt diesem Schwerpunktprogramm eine eigene Ausrichtung. Sofern grundlegende mathematische Methoden benötigt werden, ist eine Zusammenarbeit mit Wissenschaftlern aus der Mathematik natürlich erwünscht.

7 Liste der potentiellen Teilnehmer

Potentielle Antragsteller aus der Elektrotechnik und Informationstechnik:

Gerhard Bauch, Holger Boche, Martin Bossert, Armin Dekorsy, Joachim Ender, Gerhard Fettweis, Robert Fischer, Werner Henkel, Johannes Huber, Friedrich Jondral, Eduard Jorswieck, Walter Kellermann, Anja Klein, Gerhard Kramer, Volker Kühn, Berthold Lankl, Otmar Loffeld, Rudolf Mathar, Petri Mähönen, Josef Nossek, Jens-Rainer Ohm, Maurits Ortmanns, Anke Schmeink, Gerhard Schmidt, Slawomir Stanczak, Wolfgang Utschick, Peter Vary, Michael Vorländer, Gerhard Wunder, Abdelhak M. Zoubir

Potentielle Kooperationspartner aus der Mathematik und der Informatik:

Wolfgang Dahmen, Massimo Fornasier, Felix Kraemer, Gitta Kutyniok, Hendrik Lensch, Dirk Lorenz, Volker Mehrmann, Peter Oswald, Götz Pfander, Mark Pfetsch, Holger Rauhut, Reinhold Schneider, Jan Vybiral.

8 Antragszeitraum und geplante Förderperioden

Beantragt wird ein Schwerpunktprogramm mit einer Laufzeit von 6 Jahren. Es ist geplant, diesen Zeitraum in zwei Perioden für Teilprojekte von jeweils drei Jahren einzuteilen.

9 Schätzung und Begründung des Mittelbedarfs

Die mittleren Kosten eines Teilprojektes schätzen wir auf 75.000.- Euro pro Jahr. Mit 22 zu erwartenden Projekten wird ein Mittelbedarf von ca. 1,65 Millionen Euro p.a. mit einer Laufzeit von 6 Jahren erwartet. Dies bedeutet, dass ca. 4,95 Millionen Euro in den ersten drei Jahren erwartet werden.

10 Gründe für die Förderung dieses Programms

Wie das vorausgehende Arbeitsprogramm zeigt, stellt Compressed Sensing eine grundlegend neue Methode in der Signalerfassung, Verarbeitung, Übertragung und Speicherung dar, die vielfältige neue Möglichkeiten in verschiedenen Anwendungsfeldern eröffnet. Um dieses wichtige Forschungsgebiet weiter voranzutreiben, und um die Erkenntnisse zur praktischen Anwendung zu bringen, bedarf es allerdings noch erheblicher Anstrengungen. Zum einen gibt es eine Vielzahl theoretischer Fragestellungen, deren Beantwortung essentiell ist, um Compressed Sensing auf breiter Basis zur Anwendung zu führen. Andererseits gibt es verschiedenste Anwendungen und Anwendungsfelder (z.B. die Nachrichtentechnik, Sensortechnik, Radartechnik, Technische Akustik), für die Compressed Sensing neue Möglichkeiten eröffnet. Ein Schwerpunktprogramm zu dem Thema Compressed Sensing in der Informationsverarbeitung stellt daher eine herausragende Möglichkeit dar, Wissenschaftler aus den verschiedenen Bereichen und Kompetenzfeldern zusammenzubringen. Dies soll die Brücke zwischen Theorie und Anwendung schlagen und andererseits Wissenschaftler aus verschiedenen Anwendungsfeldern zusammenführen,

die oftmals ähnliche Probleme und Methoden des Compressed Sensing für unterschiedliche Anwendungen aus ganz verschiedenen Blickwinkeln nutzen. Wir sind der Überzeugung, dass die durch ein Schwerpunktprogramm ermöglichte Zusammenarbeit einen regen Wissensaustausch zwischen den verschiedenen Disziplinen ermöglicht und ferner neue Ideen und Lösungen hervorbringt, die ohne einen fachübergreifenden Austausch so nicht möglich wären. Dies ist eine wesentliche Voraussetzung, das neue Feld des Compressed Sensing, das auch international eine zunehmende Bedeutung erlangt, in Deutschland zu fördern und die national vorhandene Expertise zu bündeln und zu stärken.

11 Publikationen der Antragsteller

- [A1] Y. Eldar and G. Kutyniok, Eds., *Compressed Sensing: Theory and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [A2] S. Foucart and H. Rauhut, *A Mathematical Introduction to Compressive Sensing*, ser. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser, 2013.
- [A3] H. Rauhut, "Compressive sensing and structured random matrices," in *Theoretical foundations and numerical methods for sparse recovery*, ser. Radon Series Comp. Appl. Math., M. Fornasier, Ed. deGruyter, 2010, vol. 9, pp. 1–92.
- [A4] H. Zörlein, D. Lazich, and M. Bossert, "Performance of error correction based on compressed sensing," in *IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems 2011 (ISWCS'11)*, Aachen, Germany, Nov. 2011.
- [A5] V. Zyablov, S. Shavgulidze, and M. Bossert, "An introduction to generalized concatenated codes," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, no. 6, pp. 609–622, 1999.
- [A6] O. Loffeld and A. Hein, "SAR processing by inverse scaled fourier transformation," in *Proc. of the European Conference on Synthetic Aperture Radar, EUSAR'96*, Königswinter, 1996, pp. 143–146.
- [A7] O. Loffeld, H. Nies, V. Peters, and S. Knedlik, "Models and useful relations for bistatic SAR processing," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, pp. 2031–2038, October 2004.
- [A8] O. Loffeld, H. Nies, U. Gebhardt, V. Peters, and S. Knedlik, "Bistatic SAR - some reflections on Rocca's smile," in *Proceedings of the 5th European Conference on Synthetic Aperture Radar, EUSAR'04*, Ulm, 2004, pp. 379 – 385.
- [A9] P. Casazza, G. Kutyniok, and S. Li, "Fusion frames and distributed processing," *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 25, pp. 114–132, 2008.
- [A10] B. Boufounos, G. Kutyniok, and H. Rauhut, "Sparse recovery from combined fusion frame measurements," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 57, pp. 3864–3876, 2011.
- [A11] S. Corroy and R. Mathar, "Compressive forwarding for jointly sparse signals in amplify-and-forward Gaussian relay networks," in *IEEE International Conference on Communications (ICC 2011)*, Kyoto, Japan, Jun. 2011.
- [A12] S. Corroy, A. Bollig, and R. Mathar, "Distributed sensing of a slowly time-varying sparse spectrum using matrix completion," in *International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS 2011)*, Aachen, Deutschland, Nov. 2011, pp. 296–300.
- [A13] R. Calderbank, P. G. Casazza, A. Heinecke, G. Kutyniok, and A. Pezeshki, "Sparse fusion frames: Existence and construction," *Adv. Comput. Math.*, vol. 35, pp. 1–31, 2011.
- [A14] P. G. Casazza, A. Heinecke, F. Kraemer, and G. Kutyniok, "Optimally sparse frames," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 57, pp. 7279–7287, 2011.

- [A15] D. L. Donoho and G. Kutyniok, "Microlocal analysis of the geometric separation problem," *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 66, pp. 1–47, 2013.
- [A16] A. Bollig and R. Mathar, "Dictionary-based reconstruction of the cyclic autocorrelation via l_1 -minimization," in *The 38th International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2013)*, Vancouver, Canada, May 2013, pp. 4908–4912. [Online]. Available: <http://www.ti.rwth-aachen.de/publications/output.php?id=921&table=proceeding&type=pdf>
- [A17] A. Bollig, S. Corroy, and R. Mathar, "Joint sparse spectrum reconstruction and information fusion via l_1 -minimization," in *IEEE Vehicular Technology Conference 2012 Spring (VTC 2012-Spring)*, Yokohama, Japan, May 2012, pp. 1–5. [Online]. Available: <http://www.ti.rwth-aachen.de/publications/output.php?id=882&table=proceeding&type=pdf>
- [A18] G. Kutyniok, A. Pezeshki, A. Calderbank, and T. Liu, "Robust dimension reduction, fusion frames, and Grasmannian packings," *Appl. Comput. Harmon. Analysis*, vol. 26, pp. 64–76, 2009.

12 Allgemeine Literatur

- [B1] D. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, Apr. 2006.
- [B2] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Feb. 2006.
- [B3] S. Chen, D. Donoho, and M. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 20, pp. 33–61, 1998.
- [B4] E. J. Candès, J., T. Tao, and J. K. Romberg, "Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, 2006.
- [B5] E. Candes and T. Tao, "Decoding by linear programming," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203–4215, Dec. 2005.
- [B6] A. Cohen, W. Dahmen, and R. DeVore, "Compressed sensing and best k -term approximation," *Journal of the American Mathematical Society*, vol. 22, no. 1, pp. 211–231, Jan. 2009.
- [B7] M. Rudelson and R. Vershynin, "On sparse reconstruction from Fourier and Gaussian measurements," *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 61, pp. 1025–1045, 2008.
- [B8] S. Vasanawala, M. Alley, B. Hargreaves, R. Barth, J. Pauly, and M. Lustig, "Improved pediatric MR imaging with compressed sensing," *Radiology*, vol. 256, no. 2, pp. 607–616, 2010.
- [B9] J. Ender, "On compressive sensing applied to radar," *Signal Processing*, vol. 90, no. 5, pp. 1402 – 1414, 2010.
- [B10] M. Vetterli, P. Marziliano, and T. Blu, "Sampling signals with finite rate of innovation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 6, pp. 1417–1428, Jun. 2002.
- [B11] T. Blu, P.-L. Dragotti, M. Vetterli, P. Marziliano, and L. Coulot, "Sparse sampling of signal innovations," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 31–40, Mar. 2008.
- [B12] Z. Wang, G. Arce, and J. Paredes, "Colored random projections for compressed sensing," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 3, Honolulu, HI, USA, Apr. 2007, pp. III–873–III–876.
- [B13] S. Ji, Y. Xue, and L. Carin, "Bayesian compressive sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 6, pp. 2346–2356, Jun. 2008.

- [B14] R. Gray and D. Neuhoff, "Quantization," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 6, pp. 2325–2383, Oct. 1998.
- [B15] W. Dai, H. V. Pham, and O. Milenkovic, "A comparative study of quantized compressive sensing schemes," in *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, Seoul, Korea, Jun.-Jul. 2009, pp. 11–15.
- [B16] —, "Distortion-rate functions for quantized compressive sensing," in *IEEE Information Theory Workshop on Networking and Information Theory (ITW)*, Volos, Greece, Jun. 2009, pp. 171–175.
- [B17] E. Candes and J. Romberg, "Encoding the l_p ball from limited measurements," in *Data Compression Conference (DCC)*, Snowbird, UT, USA, Mar. 2006, pp. 33–42.
- [B18] V. Goyal, A. Fletcher, and S. Rangan, "Compressive sampling and lossy compression," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 48–56, Mar. 2008.
- [B19] J. Sun and V. Goyal, "Optimal quantization of random measurements in compressed sensing," in *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, Seoul, Korea, Jun.-Jul. 2009, pp. 6–10.
- [B20] U. Kamilov, V. K. Goyal, and S. Rangan, "Optimal quantization for compressive sensing under message passing reconstruction," in *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, St. Petersburg, Russia, Jul.-Aug. 2011, pp. 459–463.
- [B21] P. Boufounos and R. Baraniuk, "1-bit compressive sensing," in *42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS)*, Princeton, NJ, USA, Mar. 2008, pp. 16–21.
- [B22] Y. Plan and R. Vershynin, "One-bit compressed sensing by linear programming," *Comm. Pure Appl. Math.*, to appear.
- [B23] H. Boche and U. Mönich, "Sampling of deterministic signals and systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 5, pp. 2101–2111, May 2011.
- [B24] H. Boche and V. Pohl, "On the calculation of the Hilbert transform from interpolated data," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 5, pp. 2358–2366, May 2008.
- [B25] H. Boche and U. Mönich, "Approximation of wide-sense stationary stochastic processes by Shannon sampling series," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 56, no. 12, pp. 6459–6469, Dec. 2010.
- [B26] —, "Behavior of the quantization operator for bandlimited, nonoversampled signals," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 56, no. 5, pp. 2433–2440, May 2010.
- [B27] —, "Complete characterization of stable bandlimited systems under quantization and thresholding," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 12, pp. 4699–4710, Dec. 2009.
- [B28] H. G. Feichtinger, "On a new Segal algebra," *Monatshefte für Mathematik*, vol. 92, pp. 269–289, 1981.
- [B29] —, "A characterization of minimal homogeneous Banach spaces," *Proc. Amer. Math. Soc.*, vol. 81, no. 1, pp. 55–61, 1981.
- [B30] H. G. Feichtinger, K. Gröchenig, and T. Strohmer, "Efficient numerical methods in non-uniform sampling theory," *Numer. Math.*, vol. 69, no. 4, pp. 423–440, 1995.
- [B31] M. Mishali, Y. Eldar, and A. Elron, "Xampling: Signal acquisition and processing in union of subspaces," *IEEE Trans. Sign. Proc.*, vol. 59, pp. 4719–4734, Oct. 2011.
- [B32] B. Adcock and A. C. Hansen, "Generalized sampling and infinite dimensional compressed sensing," 2013, preprint.

- [B33] R. Ashino, T. Nguyen-Ba, and R. Vaillancourt, "Decoding low-dimensional linear codes by linear programming," *Canadian Applied Mathematics Quarterly*, vol. 16, no. 3, pp. 241–254, 2008.
- [B34] S. Howard, R. Calderbank, and S. Searle, "A fast reconstruction algorithm for deterministic compressive sensing using second order Reed-Muller codes," in *42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS), 2008*, Princeton, NJ, USA, Mar. 2008, pp. 11–15.
- [B35] R. Koetter and A. Vardy, "Algebraic soft-decision decoding of reed-solomon codes," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 11, pp. 2809 – 2825, nov. 2003.
- [B36] J. Claerbout, "Geophysical estimation by example: Environmental soundings image enhancement," in *Stanford Exploration Project*, vol. <http://sep.stanford.edu/doku.php>, Stanford University, 1999.
- [B37] J. Haupt and R. Nowak, "Signal reconstruction from noisy random projections," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 9, pp. 4036 – 4048, Sep. 2006.
- [B38] D. Baron, M. F. Duarte, M. B. Wakin, S. Sarvotham, and R. G. Baraniuk, "Distributed compressive sensing," *Preprint*, Jan. 2009. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/0901.3403>
- [B39] Z. Tian, "Compressed wideband sensing in cooperative cognitive radio networks," in *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, New Orleans, LA, USA, Nov. 2008.
- [B40] L. Xiao, S. Boyd, and S. Kim, "Distributed average consensus with least-mean-square deviation," *Journal of Parallel and Distributed Computing*, vol. 67, no. 1, pp. 33–46, 2007.
- [B41] J. Bazerque and G. Giannakis, "Distributed spectrum sensing for cognitive radio networks by exploiting sparsity," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 3, pp. 1847–1862, 2010.
- [B42] J. Meng, W. Yin, H. Li, E. Houssain, and Z. Han, "Collaborative spectrum sensing from sparse observations using matrix completion for cognitive radio networks," in *IEEE Internat. Conf. on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Dallas, TX, USA, Mar. 2010, pp. 3114 –3117.
- [B43] E. Candes and B. Recht, "Exact matrix completion via convex optimization," *Foundations of Computational Mathematics*, vol. 9, pp. 717–772, 2009. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/s10208-009-9045-5>
- [B44] J. Paredes, G. Arce, and Z. Wang, "Ultra-wideband compressed sensing: Channel estimation," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, pp. 383–395, 2007.
- [B45] A. Schenk and R. F. Fischer, "Compressed-sensing (decision-feedback) differential detection in impulse-radio ultra-wideband systems," in *Proceedings of IEEE International Conference on Ultra-Wideband*, Bologna, Italy, September 2011, pp. 121–125.
- [B46] E. B. Al-Safadi and T. Y. Al-Naffouri, "Peak reduction and clipping mitigation by compressive sensing," *CoRR*, vol. abs/1101.4335, 2011.
- [B47] M. Mohammadnia-Avval, A. Ghassemi, and L. Lampe, "Compressive Sensing Recovery of Non-linearly Distorted OFDM Signals," in *2011 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Kyoto, Japan, July 2011.
- [B48] D. M. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 3010–3022, 2005.
- [B49] N. Epain, J. Craig, and A. Van Schaik, "The application of compressive sampling to the analysis and synthesis of spatial sound fields," in *Proc. of 127th AES Convention*, New York, USA, 2009.
- [B50] B. Masiero and M. Pollow, "A review of the compressive sampling framework in the lights of spherical harmonics: Applications to distributed spherical arrays," in *Ambisonics Symposium*, Paris, France, 2010.

13 Anlagen

Antragsteller

Koordinatoren

Rudolf Mathar, Univ.-Prof., Dr. rer. nat.
Geburtsdatum: 6.3.1952, Nationalität: deutsch
Lehrstuhl für Theoretische Informationstechnik
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
RWTH Aachen, Sommerfeldstraße 24, 52056 Aachen
Tel: 0241 80 27700, Fax: 0241 80 22198
E-Mail: mathar@ti.rwth-aachen.de

Gitta Kutyniok, Univ.-Prof., Einstein-Professorin, Dr. rer. nat.
Geburtsdatum: 22.9.1972, Nationalität: deutsch
Lehrstuhl für Angewandte Funktionalanalysis
Institut für Mathematik, Sekr. MA 4-1
Technische Universität Berlin, Straße des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel: 030 314 25758, Fax: 030 314 27364
E-Mail: kutyniok@math.tu-berlin.de

Initiatoren

Martin Bossert, Univ.-Prof., Dr.-Ing.
Geburtsdatum: 3.8.1955, Nationalität: deutsch
Institute for Communications Engineering
Universität Ulm, Albert-Einstein-Allee 43, 89081 Ulm
Tel: 0731 50 31500, Fax: 0731 50 31509
E-Mail: martin.bossert@uni-ulm.de

Gerhard Kramer, Univ.-Prof., Dr. sc. techn.
Geburtsdatum: 8.4.1970, Nationalität: deutsch
Lehrstuhl für Nachrichtentechnik
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Technische Universität München, Theresienstrasse 90, 80333 München
Tel: 089 289 23491, Fax: 089 289 23490
E-Mail: gerhard.kramer@tum.de

Otmar Loffeld, Univ.-Prof., Dr.-Ing.
Geburtsdatum: 1.6.1955, Nationalität: deutsch
Center for Sensor Systems and Institute for Communications Engineering
Universität Siegen, INV, Hölderlinstr. 3, 52068 Siegen
Tel: 0271 740 3125, Fax: 0271 740 2336
E-Mail: loffeld@zess.uni-siegen.de

Holger Rauhut, Univ.-Prof., Dr. rer. nat.
Geburtsdatum: 10.8.1974, Nationalität: deutsch
Lehrstuhl C für Mathematik (Analysis)
RWTH Aachen, Templergraben 55, 52056 Aachen
Tel: 0241 - 80 94540, Fax: 0241 - 80 92390
E-Mail: rauhut@mathc.rwth-aachen.de