RWTH AACHEN UNIVERSITY
Lehrstuhl für Theoretische Informationstechnik

Zusatzübung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Michael Reyer

3.3.2008, 14:00 Uhr, WSH 24 A 407

Aufgabe 1. Gegeben sei ein Computernetzwerk, in das sich PC-Nutzer mit Modem einwählen können. Es gibt k Ports zum Verbindungsaufbau. Wenn ein sich neu einwählender Nutzer alle Anschlüsse belegt vorfindet, wird ihm vom Netzwerk erlaubt, in der Leitung zu bleiben, bis ein Anschluss frei wird. Frei gewordene Anschlüsse werden von wartenden Nutzern sofort in Anspruch genommen. In der Leitung können maximal m Nutzer gehalten werden. Wenn alle k Anschlüsse belegt sind und sich weitere m Nutzer in der Leitung befinden, bekommt ein neu ankommender Nutzer ein Besetztzeichen und wird abgewiesen. Wartende Nutzer in der Leitung können den Verbindungsaufbau selbst abbrechen. Die Wartezeit, die ein Nutzer bereit ist, in der Leitung zu warten, sei exponentialverteilt mit Erwartungswert $1/\nu$. Der Ankunftsprozess von Nutzern sei ein Poisson-Prozess mit Intensität λ. Die Zeitspanne, die ein angeschlossener Nutzer das Netzwerk in Anspruch nimmt, sei exponentialverteilt mit Erwartungswert $1/\mu$.

(a) Modellieren Sie das System durch einen Geburts- und Todesprozess (GTP) und geben Sie dazu Zustandsraum, Intensitätsgraph und Intensitätsmatrix an.

(b) Geben Sie für $k = 2$ und $m = 4$ den Übergangsgraphen und die Übergangsmatrix der eingebetteten Markov-Kette an.

Betrachten Sie nun das spezielle System, dessen Verhalten durch den folgenden Intensitätsgraphen beschrieben wird:

$$\boxed{0} \underset{4}{\overset{8}{\rightleftarrows}} \boxed{1} \underset{8}{\overset{8}{\rightleftarrows}} \boxed{2} \underset{12}{\overset{8}{\rightleftarrows}} \boxed{3} \underset{14}{\overset{8}{\rightleftarrows}} \boxed{4} \underset{16}{\overset{8}{\rightleftarrows}} \boxed{5}$$

(c) Geben Sie die Parameter k, m, λ, μ und ν des zugehörigen Computernetzwerks an.

(d) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des zugehörigen GTP.

(e) Berechnen Sie die erwartete Anzahl von wartenden Nutzern (Nutzern in der Leitung) im stationären Zustand.

(f) Wie hoch ist die Blockierwahrscheinlichkeit des Systems im stationären Zustand?

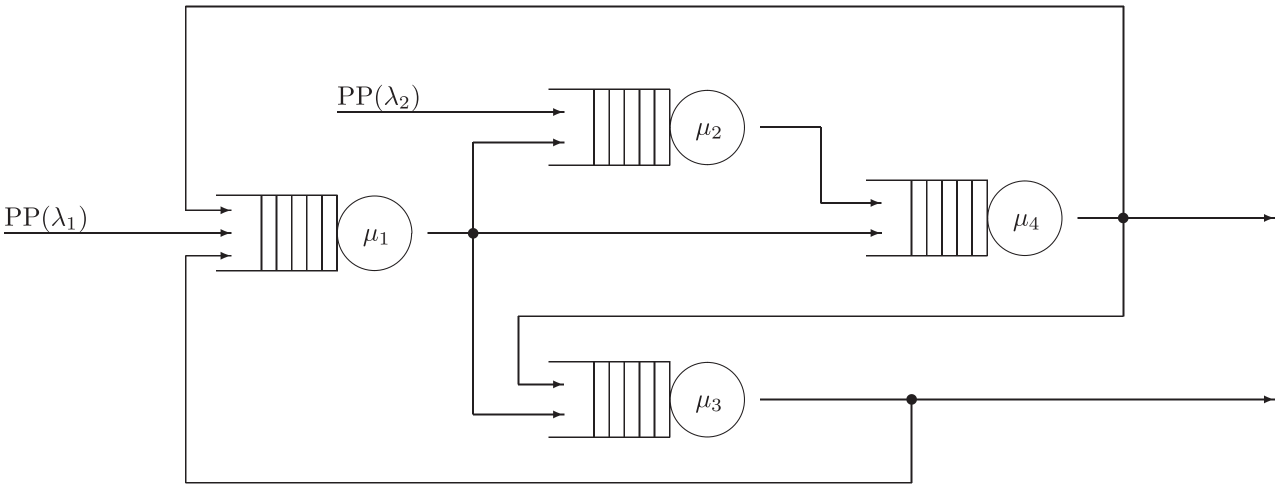
(g) Nehmen Sie an, dass an dem vorliegenden Netzwerk eine von zwei möglichen Erweiterungen vorgenommen werden kann:

  (i) ein zusätzlicher Anschluss

(ii) zwei weitere Warteplätze

Welche Alternative ist unter Zugrundelegung der Maßzahl aus (f) besser, d.h. welche Alternative führt zu einer geringeren Blockierwahrscheinlichkeit?

Aufgabe 2. Gegeben sei das folgende Warteschlangennetz mit $J = 4$ Stationen:



Die Stationen 1 bis 4 seien $M/M/1$-Systeme mit den Bedienraten

$$\mu_1 = 12, \quad \mu_2 = 8, \quad \mu_3 = 9, \quad \mu_4 = 15.$$

Die Intensitäten der Ankunftsprozesse seien $\lambda_1 = \lambda_2 = 3$. Die Routing-Wahrscheinlichkeiten seien so festgelegt, dass aus den bestehenden Verbindungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausgewählt wird.

(a) Geben Sie die Routingmatrix des offenen Jackson-Netzes an.

(b) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des offenen Jackson-Netzes.

(c) Welcher Anteil des Gesamtflusses (in Prozent) fließt im stationären Zustand über Station 2? Wie hoch ist die erwartete Anzahl von Anforderungen in Station 3 im stationären Zustand?

(d) Im offenen Jackson-Netz werde die Station 1 durch ein $M/M/\infty$-Bediensystem ersetzt, dessen Server jeweils die Bedienrate $\mu = 3$ besitzen. Wie lautet nun die stationäre Verteilung des modifizierten offenen Jackson-Netzes?

Es liege nun ein geschlossenes Jackson-Netz mit $M = 3$ Anforderungen vor, d.h. es sei $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ und es gebe keine Abgänge in die Außenwelt. Die Routing-Wahrscheinlichkeiten seien wiederum so gewählt, dass aus den jetzt bestehenden Verbindungen zwischen Stationen mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausgewählt wird.

(e) Geben Sie die Routingmatrix des geschlossenen Jackson-Netzes an.

(f) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des geschlossenen Jackson-Netzes. Verwenden Sie dabei diejenige Lösung der Flussgleichungen, deren Komponenten ganzzahlig sind und deren Summe 8 ergibt.

(g) Wie hoch ist die Auslastung an Station 1 im stationären Zustand? Wie hoch ist die erwartete Anzahl von Anforderungen in Station 4 im stationären Zustand?