

5. Übung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck

20.5.2008

Aufgabe 10. Betrachten Sie einen homogenen Markov-Prozess $\{X_t\}_{t \geq 0}$ mit Zustandsraum $\mathcal{S} = \{1, 2\}$ und Intensitätsmatrix

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{pmatrix},$$

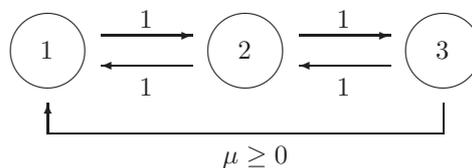
wobei $\lambda, \mu \geq 0$ und $\lambda + \mu > 0$.

- Bestimmen Sie $\mathbf{II}(t)$.
- Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus a) die Wahrscheinlichkeiten

$$P(X_t = 2 | X_0 = 1, X_{3t} = 1) \quad \text{und} \quad P(X_t = 2 | X_0 = 1, X_{3t} = 1, X_{4t} = 1).$$

- Geben Sie den Intensitätsgraphen des Markov-Prozesses und den Übergangsgraphen der eingebetteten Markov-Kette an.
- Berechnen Sie die stationäre Verteilung des Markov-Prozesses.
- Was kann man über das asymptotische Verhalten der eingebetteten Markov-Kette sagen?

Aufgabe 11. Betrachten Sie den Markov-Prozess, der durch folgenden Intensitätsgraphen beschrieben wird:



- Geben Sie die Intensitätsmatrix des zugehörigen Markov-Prozesses an und berechnen Sie die stationäre Verteilung.
- Geben Sie für die eingebettete Markov-Kette des obigen Prozesses den Übergangsgraphen und die Übergangsmatrix an.
- Berechnen Sie die stationäre Verteilung der eingebetteten Markov-Kette und geben Sie die Verteilung der Verweilzeiten in den einzelnen Zuständen an.