

# 1. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz  
18.4.2011

**Aufgabe 1.** Es sei  $X$  eine diskrete Zufallsvariable mit Träger  $\mathbb{N}_0$  und Zähldichte  $P(X = k)$ ,  $k \in \mathbb{N}_0$ . Die Funktionen  $Q_X(z) : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  und  $R_X(z) : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  seien definiert durch

$$Q_X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} P(X > k) z^k \quad \text{und} \quad R_X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} P(X \leq k) z^k.$$

Zeigen Sie, dass folgende Aussagen gelten:

- $P(X > k) = \frac{1}{k!} Q_X^{(k)}(0)$  und  $P(X \leq k) = \frac{1}{k!} R_X^{(k)}(0)$ ,
- $R_X(z)(1 - z) = G_X(z)$  und  $Q_X(z)(1 - z) = 1 - G_X(z)$ .

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass für die erzeugende Funktion  $G_X(z)$  einer negativ-binomialverteilten Zufallsvariable  $X \sim \overline{\text{Bin}}(r, p)$  mit  $r \in \mathbb{N}$  und  $0 < p < 1$  gilt

$$G_X(z) = \left( \frac{p}{1 - (1 - p)z} \right)^r, \quad 0 \leq z \leq 1.$$

**Hinweis:** Benutzen Sie, dass  $\overline{\text{Bin}}(r, p) = \underbrace{\text{Geo}(p) * \dots * \text{Geo}(p)}_{r\text{-mal}}$ .