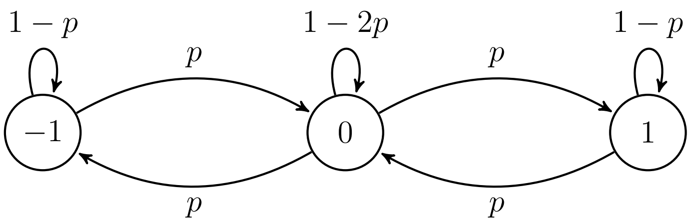
4. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer

12.05.2014

Aufgabe 1. Die Zufallsvariablen $Y_0, Y_1, Y_2, \ldots$ seien stochastisch unabhängig und identisch verteilt mit $P(Y_i = 1) = p$ und $P(Y_i = -1) = 1 - p$. Ferner sei $X_n = 2Y_n + Y_{n+1}$, $n \in \mathbb{N}_0$. Geben Sie den Zustandsraum und den Übergangsgraphen der Markov-Kette $(X_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ an.

Aufgabe 2. Die durch folgenden Übergangsgraphen beschriebene Markov-Kette $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}_0}$ modelliert einen Random-Walk auf drei Positionen.



Dabei ist $0 \leq p \leq \frac{1}{2}$.

a) Geben Sie den Zustandsraum und die Übergangsmatrix $\mathbf{\Pi}$ der Markov-Kette $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}_0}$ an.

b) Für welche p, $0 \leq p \leq \frac{1}{2}$, ist die Markov-Kette irreduzibel, für welche aperiodisch?

c) Bestimmen Sie $\mathbf{\Pi}^n$ und $\boldsymbol{p}(n)$ für $n \in \mathbb{N}$ mit Ausgangsverteilung $\boldsymbol{p}(0) = (1, 0, 0)$.

d) Bestimmen Sie, falls vorhanden, die stationäre Verteilung der Markov-Kette für beliebiges $\boldsymbol{p}(0)$ und $0 \leq p \leq \frac{1}{2}$.