6. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer

26.05.2014

Aufgabe 1. Betrachten Sie einen homogenen Markov-Prozess $(X_t)_{t\geq 0}$ mit Zustandsraum $\mathcal{S} = \{1, 2\}$ und Intensitätsmatrix

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{pmatrix},$$

wobei $\lambda, \mu \geq 0$ und $\lambda + \mu > 0$.

a) Bestimmen Sie $\mathbf{\Pi}(t)$.

b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus **a)** die Wahrscheinlichkeiten

$$P(X_t = 2 \mid X_0 = 1, X_{3t} = 1) \quad \text{und} \quad P(X_t = 2 \mid X_0 = 1, X_{3t} = 1, X_{4t} = 1).$$

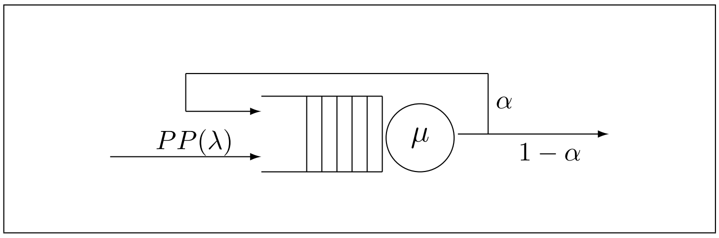
c) Geben Sie den Intensitätsgraphen des Markov-Prozesses und den Übergangsgraphen der eingebetteten Markov-Kette an.

d) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des Markov-Prozesses.

e) Was kann man über das asymptotische Verhalten der eingebetteten Markov-Kette sagen?

- bitte wenden -

Aufgabe 2. Betrachten Sie folgendes Feedback-System, in dem der Ankunftsstrom ein Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda > 0$ und die Bedienzeit exponentialverteilt mit Parameter $\mu > 0$ sei:



Nach der Bedienung wird in einem unabhängigen Zufallsexperiment mit Wahrscheinlichkeit $\alpha \in [0, 1]$ entschieden, ob die bearbeitete Anforderung erneut in die Warteschlange geführt wird.

a) Modellieren Sie das Feedback-System als Geburts- und Todesprozess.

b) Unter welchen Umständen existiert eine stationäre Verteilung?

c) Wie lautet die stationäre Verteilung für den Fall, dass sie existiert?