

## 8. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Alper Tokel

15.06.2015

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass für die Berechnung der Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit  $B(s, \rho)$  eines  $M/M/s/0$ -Systems folgende Rekursionsformel gilt:

$$B(s, \rho) = \frac{\rho B(s-1, \rho)}{s + \rho B(s-1, \rho)}, \quad s \in \mathbb{N}.$$

**Aufgabe 2.** Neu ankommende Anrufe in einem Call-Center lassen sich durch einen Poisson-Prozess beschreiben. Die Bearbeitungsdauer eines Anrufs sei durch eine exponentialverteilte Zufallsvariable gegeben. Geben Sie geeignete Modelle und ihre Intensitätsgraphen für die folgenden Fragestellungen an:

- a) Das Call-Center hat  $s$  Leitungen und keine Warteschlange. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein ankommender Anruf abgewiesen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein neu ankommender Anruf sofort bedient?
- b) Das Call-Center hat  $s$  Leitungen und eine Warteschlange mit  $k$  Plätzen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss ein neuer Anrufer in die Warteschlange? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Warteschlange voll?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss ein Anrufer in die Warteschlange, wenn die Warteschlange unendliche Kapazität hat?

- bitte wenden -

**Aufgabe 3.** Mit  $\lambda_1, \lambda_2, \mu > 0$  und  $s_1, s_2 \in \mathbb{N}$  gilt für die Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit

$$B\left(s_1 + s_2, \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu}\right) \leq \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} B\left(s_1, \frac{\lambda_1}{\mu}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} B\left(s_2, \frac{\lambda_2}{\mu}\right).$$

Interpretieren Sie diese Formel im Kontext des folgenden Beispiels:

Computer können sich entweder per WLAN oder per Kabel mit einem Netzwerk verbinden. Neue Rechner kommen im WLAN als Poisson-Prozess mit Parameter  $\lambda_1 > 0$  und im kabelgebundenen Teil als Poisson-Prozess mit Parameter  $\lambda_2 > 0$  an. Unabhängig von der Zugangsart bestehen Verbindungen eine  $\text{Exp}(\mu)$ -verteilte Zeit lang,  $\mu > 0$ . Für alle Rechner stehen  $N$  IP-Adressen zur Verfügung, die per DHCP verteilt werden. Ein Rechner kann über das Netzwerk nur kommunizieren, wenn noch eine IP-Adresse frei ist. Bei der Konfiguration des DHCP-Servers kann entweder

- (i) ein einzelner Bereich mit  $N$  Adressen eingerichtet werden, aus dem alle Rechner die IP-Adressen erhalten, oder
  - (ii) es können getrennte Bereiche mit  $n_1$  Adressen für das WLAN und  $n_2$  Adressen für den kabelgebundenen Bereich eingerichtet werden, wobei  $n_1 + n_2 = N$ .
- a) Welche Konfiguration ist aus Sicht der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit besser?
  - b) Welche Einzel- und Gesamtblockierwahrscheinlichkeiten erhält man für  $\lambda_1 = 3$  pro Minute und  $\lambda_2 = 1$  pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten, wenn  $n_1 = 192$  und  $n_2 = 64$  gilt?
  - c) Ist für  $\lambda_1 = 3$  pro Minute und  $\lambda_2 = 1$  pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten die Aufteilung  $n_1 = 192$  und  $n_2 = 64$  optimal im Sinne der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit? Begründen Sie Ihre Antwort.