Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Christopher Schnelling

Übung 1

Montag, 18. April 2016

Aufgabe 1. In einem paketorientierten Netzwerk kommt ein einzelnes Datenpaket mit der Wahrscheinlichkeit p fehlerfrei beim Empfänger an. Wenn in einem Paket ein Fehler auftritt, wird die Übertragung solange wiederholt, bis das Paket fehlerfrei angekommen ist. Die Übertragung einzelner Pakete kann als stochastisch unabhängig angesehen werden.

a) Die Zufallsvariable X beschreibe, wie oft die Übertragung eines einzelnen Pakets wiederholt werden muss, bis es ohne Fehler empfangen wird. Wie ist die Zufallsvariable X verteilt? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist keine und mit welcher Wahrscheinlichkeit sind genau 2 Wiederholungen der Übertragung nötig? Wie groß muss p mindestens sein, so dass mit Wahrscheinlichkeit 0.99 höchstens drei erneute Übertragungen pro Paket nötig sind?

b) Um zu verhindern, dass ein einzelnes, wiederholt übertragenes Paket das ganze Netz blockiert, wird nun maximal 10 mal versucht, ein Paket zu übertragen. Wie sieht in diesem System die Verteilung der Zufallsvariablen Y aus, welche die Anzahl der Übertragungsversuche beschreibt?

Aufgabe 2. Für eine diskrete Zufallsvariable X mit Zähldichte $p_k = P(X = k)$, $k \in \mathbb{N}_0$, ist die erzeugende Funktion $G_X(z) : [0, 1] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$G_X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k.$$

Sei nun X gleichverteilt auf den Zahlen 0 bis n, also $X \sim \mathrm{U}(\{0, \ldots, n\})$ mit der Zähldichte

$$p_k = \begin{cases} \frac{1}{n+1} & 0 \le k \le n, \\ 0 & k > n. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass dann

$$G_X(z) = \begin{cases} \frac{1}{n+1} \, \frac{1-z^{n+1}}{1-z} & 0 \le z < 1 \\ 1 & z = 1 \end{cases}$$

gilt.