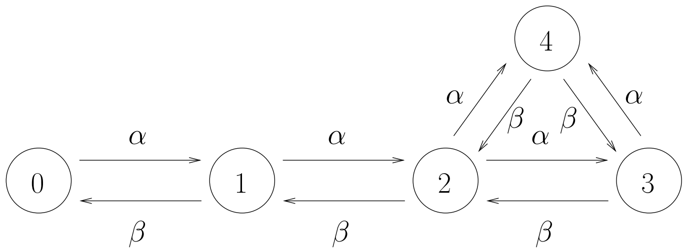
Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Christopher Schnelling

Übung 6

Montag, 30. Mai 2016

Aufgabe 1. Betrachten Sie zunächst den folgenden Intensitätsgraphen eines Markov-Prozesses mit den Intensitäten $\alpha > 0$ und $\beta > 0$.



a) Geben Sie für den abgebildeten Markov-Prozess den Zustandsraum und die Intensitätsmatrix an.

b) Berechnen Sie die Übergangsmatrix der eingebetteten Markov-Kette und zeichnen Sie den Übergangsgraphen.

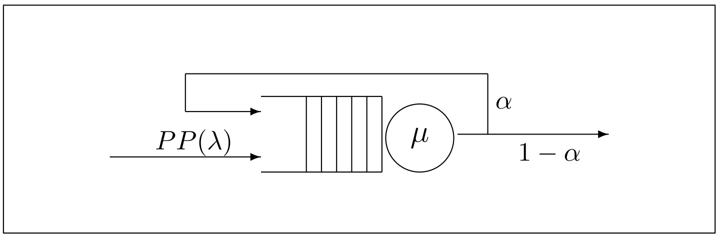
c) Berechnen Sie die Zustandswahrscheinlichkeiten der eingebetteten Markov-Kette mit der Anfangsverteilung $p_0(0) = 1$ nach $n = 1, 2, 3$ Zeitschritten.

d) Ist die eingebettete Markov-Kette reduzibel oder irreduzibel, rekurrent oder transient, und ist sie periodisch oder aperiodisch? Begründen Sie Ihre jeweilige Zuordnung.

e) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des Markov-Prozesses für $\alpha = 1$ und $\beta = 2$.

- bitte wenden -

Aufgabe 2. Betrachten Sie folgendes Feedback-System, in dem der Ankunftsstrom ein Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda > 0$ und die Bedienzeit exponentialverteilt mit Parameter $\mu > 0$ sei:



Nach der Bedienung wird in einem unabhängigen Zufallsexperiment mit Wahrscheinlichkeit $\alpha \in [0, 1]$ entschieden, ob die bearbeitete Anforderung erneut in die Warteschlange geführt wird.

a) Modellieren Sie das Feedback-System als Geburts- und Todesprozess.

b) Unter welchen Umständen existiert eine stationäre Verteilung?

c) Wie lautet die stationäre Verteilung für den Fall, dass sie existiert?