Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Christopher Schnelling

Übung 9

Montag, 20. Juni 2016

Aufgabe 1. Mit $\lambda_1, \lambda_2, \mu > 0$ und $s_1, s_2 \in \mathbb{N}$ gilt für die Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit

$$\mathrm{B}\left(s_1 + s_2, \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu}\right) \leq \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \mathrm{B}\left(s_1, \frac{\lambda_1}{\mu}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \mathrm{B}\left(s_2, \frac{\lambda_2}{\mu}\right).$$

Interpretieren Sie diese Formel im Kontext des folgenden Beispiels:

Computer können sich entweder per WLAN oder per Kabel mit einem Netzwerk verbinden. Neue Rechner kommen im WLAN als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_1 > 0$ und im kabelgebundenen Teil als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_2 > 0$ an. Unabhängig von der Zugangsart bestehen Verbindungen eine Exp(μ)-verteilte Zeit lang, $\mu > 0$. Für alle Rechner stehen N IP-Adressen zur Verfügung, die per DHCP verteilt werden. Ein Rechner kann über das Netzwerk nur kommunizieren, wenn noch eine IP-Adresse frei ist. Bei der Konfiguration des DHCP-Servers kann entweder

(i) ein einzelner Bereich mit N Adressen eingerichtet werden, aus dem alle Rechner die IP-Adressen erhalten, oder

(ii) es können getrennte Bereiche mit n_1 Adressen für das WLAN und n_2 Adressen für den kabelgebundenen Bereich eingerichtet werden, wobei $n_1 + n_2 = N$.

a) Welche Konfiguration ist aus Sicht der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit besser?

b) Welche Einzel- und Gesamtblockierwahrscheinlichkeiten erhält man für $\lambda_1 = 3$ pro Minute und $\lambda_2 = 1$ pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten, wenn $n_1 = 192$ und $n_2 = 64$ gilt?

c) Ist für $\lambda_1 = 3$ pro Minute und $\lambda_2 = 1$ pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten die Aufteilung $n_1 = 192$ und $n_2 = 64$ optimal im Sinne der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit? Begründen Sie Ihre Antwort.

- bitte wenden -

Aufgabe 2. Neu ankommende Anrufe in einem Call-Center lassen sich durch einen Poisson-Prozess beschreiben. Die Bearbeitungsdauer eines Anrufs sei durch eine exponentialverteilte Zufallsvariable gegeben. Geben Sie geeignete Modelle und ihre Intensitätsgraphen für die folgenden Fragestellungen an:

a) Das Call-Center hat s Leitungen und keine Warteschlange. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein ankommender Anruf abgewiesen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein neu ankommender Anruf sofort bedient?

b) Das Call-Center hat s Leitungen und eine Warteschlange mit k Plätzen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss ein neuer Anrufer in die Warteschlange? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Warteschlange voll?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss ein Anrufer in die Warteschlange, wenn die Warteschlange unendliche Kapazität hat?