Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Christopher Schnelling

Übung 11

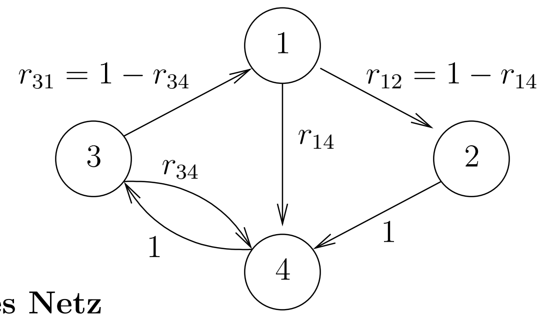
Montag, 24. Juli 2017

Aufgabe 1. Es sei $X(t) = (X_1(t), ..., X_J(t))$ der beschreibende Markov-Prozess eines geschlossenen Jackson-Netzes mit J Stationen und M Anforderungen. Mit einer Lösung der Flussgleichungen $\Lambda^* = (\Lambda_1^*, ..., \Lambda_J^*)$ und $\mu_i(l)$, $i = 1, ..., J$, $l = 1, ..., M$ als Bedienintensitäten ist die stationäre Verteilung gegeben durch (vgl. Theorem 5.6)

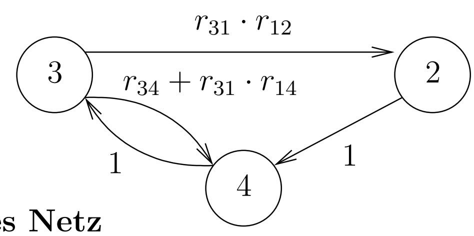
$$p^*(n) = K_M \prod_{i=1}^{J} \frac{(\Lambda_i^*)^{n_i}}{\mu_i(1) \cdot ... \cdot \mu_i(n_i)}, \quad n = (n_1, ..., n_J) \in \mathcal{S}_M.$$

a) Welche Grenzverteilung ergibt sich, wenn $\mu_1(l) \to \infty$ für alle $l = 1, ..., M$, d. h., wenn die erwartete Bedienzeit bei Knoten 1 beliebig klein wird?

Aufgabe 2. Gegeben seien ein altes und ein neues jeweils geschlossenes Jackson-Netz.



Altes Netz



Neues Netz

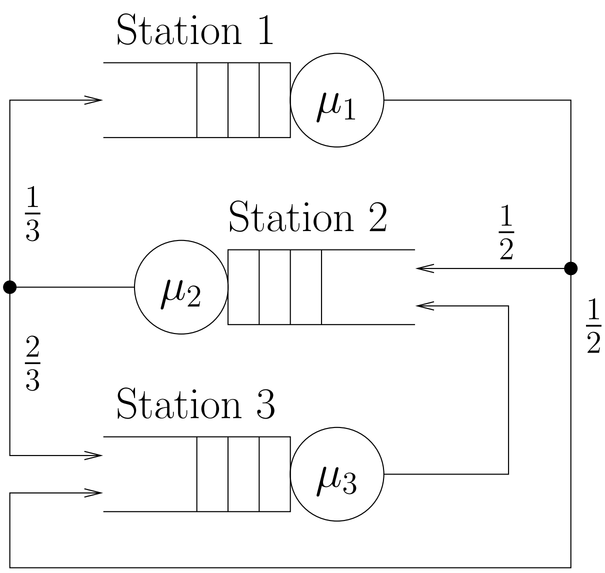
Die Anzahl der Anforderungen im Netz sei jeweils $M \in \mathbb{N}$.

a) Geben Sie die Zustandsräume und Routing–Matrizen für das alte und das neue Netz an.

b) Geben Sie die stationäre Verteilung des neuen Netzes mit Hilfe einer Lösung der Flussgleichungen für das alte Netz $\Lambda = (\Lambda_1, \ldots, \Lambda_4)$ an.

c) Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 3. Gegeben sei folgendes Warteschlangennetz mit $J = 3$ Stationen:



Alle Stationen sind $M/M/1/\infty$-System mit Bedienraten $\mu_1 = 4$, $\mu_2 = 6$ und $\mu_3 = 10$. Die Routingparameter sind in der Skizze angegeben. Offenbar kann dieses Warteschlangennetz als Jackson-Netz modelliert werden. Es befinden sich $M = 5$ Anforderungen im Netz.

a) Geben Sie den Zustandsraum, seine Mächtigkeit und die Routingmatrix des geschlossenen Netzes an.

b) Bestimmen Sie diejenige Lösung der Flussgleichungen, bei der $\Lambda_2 = 6$ ist.

c) Bestimmen Sie die stationäre Verteilung.

d) Berechnen Sie die jeweilige Auslastung der Stationen.