

## 9. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Chunhui Liu  
9.1.2009

**Aufgabe 1.** Es sei  $\{X(t) \mid t > 0\}$  ein stochastischer Prozess mit der eindimensionalen Randverteilungsfunktion

$$F_{X(t)}(x) = P(X(t) \leq x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{t}\right)^2\right\}, x \geq 0.$$

- Berechnen und skizzieren Sie die Erwartungswertfunktion  $\mu_X(t)$  des Prozesses.
- Ist der Prozess schwach stationär?

**Aufgabe 2.**  $\{X(t) \mid t \in T\}$  sei ein reeller stationärer Gaußprozess mit Erwartungswertfunktion  $\mu_X(t) = 0$  für alle  $t \in T$  und Autokorrelationsfunktion  $R_{XX}(t)$ . Zeigen Sie, dass der stochastische Prozess  $Y(t) = X^2(t)$  die Autokorrelationsfunktion

$$R_{YY}(t) = R_{XX}^2(0) + 2R_{XX}^2(t)$$

besitzt.

**Hinweis:** Sind  $X_1, X_2$  normalverteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert 0, so gilt

$$E(X_1^2 X_2^2) = E(X_1^2) E(X_2^2) + 2E^2(X_1 X_2).$$

**Aufgabe 3.** Ein zeitkontinuierliches LTI-System mit Impulsantwort  $h(t)$  wird mit dem Eingangssignal  $x(t)$  beaufschlagt:

$$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t)$$

- Berechnen und skizzieren Sie das Ausgangssignal  $y(t)$  für den Fall:

$$x(t) = \begin{cases} t & : 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad h(t) = \begin{cases} 1 & : 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

- Wie lautet die Impulsantwort  $h(t)$ , wenn das Eingangssignal  $x(t)$  und das Ausgangssignal  $y(t)$  über folgende Gleichung zusammenhängen:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-u)} x(u-2) du$$