

# 11. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Chunhui Liu

23.1.2009

**Aufgabe 1.** Es sei

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t}, & \text{falls } t \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

die Impulsantwort eines LTI-Systems. Das Eingangssignal des Systems sei ein schwach stationärer stochastischer Prozess  $X(t)$  mit Autokorrelationsfunktion  $R_{XX}(t)$ . Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion  $R_{YY}(t)$  und das Leistungsdichtespektrum  $S_{YY}(f)$  des gefilterten Prozesses.

**Aufgabe 2.** Gegeben sei eine Nachrichtenquelle  $X$ , welche die diskreten Symbole  $x_1, x_2, x_3$  mit den Wahrscheinlichkeiten  $p_1, p_2, p_3$  sendet. Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatorregel, für welche  $p_1, p_2, p_3$  die Entropie  $H(X)$  maximal wird.

**Hinweis:** Betrachten Sie die Funktion

$$F(p_1, p_2, p_3) = H(X) + \lambda \left( \sum_{i=1}^3 p_i - 1 \right).$$

**Aufgabe 3.** Es sei  $X$  eine diskrete Zufallsvariable mit Träger  $\mathcal{X} = \{x_1, \dots, x_m\}$  und der Verteilung

$$P(X = x_i) = p_i, \quad p_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad \sum_{i=1}^m p_i = 1.$$

Dann gilt für die Entropie  $H(X)$  die Ungleichung

$$0 \leq H(X) \leq \log m,$$

wobei Gleichheit in der linken Ungleichung genau dann gilt, wenn  $X$  einpunktverteilt ist, und Gleichheit rechts genau dann, wenn  $X$  auf  $\mathcal{X}$  gleichverteilt ist.