

9. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Meik Dörpinghaus, Daniel Bielefeld

21.01.2011

Aufgabe 1. Weißes Rauschen $\{W(t)\}$ mit der Autokorrelationsfunktion $R_{XX}(t) = 2\delta(t)$ werde mit einem Tiefpass mit Übertragungsfunktion

$$H(f) = \frac{1}{2B} \mathbb{I}_{[-B,B]}(f)$$

gefiltert. Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion und die erwartete Momentanleistung des gefilterten Prozesses.

Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)$.

Aufgabe 2. Die Fouriertransformierte $H(f)$ der Impulsantwort $h(t)$ eines LTI-Systems sei gegeben durch

$$H(f) = \frac{1}{1 + i\sqrt{2}f - f^2}.$$

Beim Eingangssignal handle es sich um weißes Rauschen $\{W(t)\}$ mit der Autokorrelationsfunktion $R_{WW}(t) = \delta(t)$. Das Ausgangssignal sei $N(t) = (h * W)(t)$.

- Berechnen Sie die spektralen Leistungsdichten $S_{WW}(f)$ und $S_{NN}(f)$.
- Berechnen Sie die mittlere Leistung des Ausgangssignals.

Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^4} dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$, $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)$.

Aufgabe 3. Es sei

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t}, & \text{falls } t \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

die Impulsantwort eines LTI-Systems, $\alpha \in \mathbb{R}$. Das Eingangssignal des Systems sei ein schwach stationärer stochastischer Prozess $X(t)$ mit Autokorrelationsfunktion $R_{XX}(t)$. Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion $R_{YY}(t)$ und das Leistungsdichtespektrum $S_{YY}(f)$ des gefilterten Prozesses.