2. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Daniel Bielefeld, Tobias Rick

12.04.2007

Aufgabe 41. Gegeben sei ein ein gedächnisloser binärer symmetrischer Kanal mit Ein- und Ausgabealphabet $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0, 1\}$. Die Menge der Eingabewörter sei

$$\mathcal{C} = \{(0,0,0), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0)\}.$$

Ferner sei die Fehlerwahrscheinlichkeit des BSC $\epsilon = 0.4$. Die Inputverteilung ist gegeben durch:

$\mathbf{c}_i$	$(0,0,0)$	$(0,1,1)$	$(1,0,1)$	$(1,1,0)$
$P(X = \mathbf{c}_i)$	0.4	0.2	0.1	0.3

Empfangen wurde $\mathbf{b} = (1, 1, 1)$.

a) Bestimmen Sie eine ML-Dekodierung für $\mathbf{b}$.

b) Bestimmen Sie eine ME-Dekodierung für $\mathbf{b}$.

Aufgabe 42. Bestimmen Sie die Entropie der folgenden absolut-stetigen Zufallsvariablen X.

a) X ist exponentialverteilt mit Parameter $\lambda > 0$, d.h.

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \ x \geq 0, \\ 0 & , \ x < 0. \end{cases}$$

b) X ist laplaceverteilt mit Parameter $\lambda > 0$, d.h.

$$f(x) = \frac{1}{2}\lambda e^{-\lambda |x|}, \ x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 43.

a) Es seien $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{n\times m}$ und $\boldsymbol{B} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ Matrizen. Zeigen Sie, dass

$$\operatorname{tr}(\boldsymbol{AB}) = \operatorname{tr}(\boldsymbol{BA}).$$

b) Es sei $\boldsymbol{X} : (\Omega, \mathcal{A}, P) \to \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Zufallsmatrix. Zeigen Sie, dass

$$\mathrm{E}\big(\operatorname{tr}(\boldsymbol{X})\big) = \operatorname{tr}\big(\mathrm{E}(\boldsymbol{X})\big).$$