

## 4. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Daniel Bielefeld, Tobias Rick

26.04.2007

**Aufgabe 47.** Betrachten Sie einen reellen Gaußkanal  $X \rightarrow (Y_1, Y_2)'$  mit Ausgabe

$$Y_1 = X + Z_1$$

$$Y_2 = X + Z_2$$

wobei die Eingabe mittelwertfrei sei, d.h.  $E(X) = 0$ , und einer Leistungsbeschränkung  $E(X^2) \leq L$  unterliege. Für das additive Rauschen gelte  $(Z_1, Z_2)' \sim N_2(\mathbf{0}, \Sigma)$  mit

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \sigma^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Kapazität  $C$  des Kanals für (a)  $\rho = 1$ , (b)  $\rho = 0$ , (c)  $\rho = -1$ .

**Aufgabe 48.** Gegeben sei ein Gaußkanal mit binärer Eingabe  $X$  und Ausgabe  $Y = \mu X + Z$ . Zeigen Sie folgende Aussagen:

a)  $f_{\mu X + Z|X}(z|x) = f_Z(z - \mu x)$  für alle  $z \in \mathbb{R}$ ,  $x \in \{-1, 1\}$ .

b)  $H(\mu X + Z|X) = H(Z)$ .

c)  $Y$  besitzt die Dichte  $f_Y(y) = p_0 f_Z(y + \mu) + p_1 f_Z(y - \mu)$  mit  $f_Z(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)$ ,  $y \in \mathbb{R}$ .