

5. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Georg Böcherer, Daniel Bielefeld

29.05.2008

Aufgabe 1. Im WLAN-Standard (802.11g) stehen dem Benutzer 27,83 MHz Übertragungsbandbreite pro Kanal zur Verfügung. Laut Standard kann ab einem SNR von 50 dB am Empfänger die maximale Bruttoübertragungsrate von 54 Mbit/s erzielt werden. Bestimmen Sie im Vergleich dazu die maximale theoretische Übertragungsrate über einen bandbegrenzten Gaußkanal bei gleicher SNR.

Aufgabe 2. Es seien \mathbf{A} und \mathbf{B} zwei hermitesche positiv definite $n \times n$ -Matrizen. Zeigen Sie, daß gilt

$$\mathbf{A} > \mathbf{B} \text{ (d.h. } \mathbf{A} - \mathbf{B} > \mathbf{0} \text{)} \Rightarrow |\mathbf{A}| \geq |\mathbf{B}|.$$

($\mathbf{A} - \mathbf{B} > \mathbf{0}$ ist eine Kurzschreibweise für “die Matrix $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ist positiv definit”).

Aufgabe 3. Die stochastischen Prozesse $\{Z_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ und $\{N_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ seien stochastisch unabhängig mit Z_i und N_i jeweils i.i.d. $N(0, 1)$ verteilt. Ein zeitdiskreter Kanal sei gegeben durch

$$Y_i = X_i + Z_i + N_{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor}, \quad i \in \mathbb{Z}.$$

Die Eingabe X_i unterliege der Leistungsbeschränkung $E[X_i^2] \leq L = 1$.

(a) Berechnen Sie die Kapazität des Kanals.

Hinweis: Stellen Sie den Kanal zunächst als einen parallelen Gaußkanal dar. Verwenden Sie dann die entsprechende Kapazitätsformel.

(b) Für welche Eingangsverteilung wird die Kapazität erreicht?