

## 3. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Chunhui Liu, Daniel Bielefeld

07.05.2009

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie  $I(X, Y)$ ,  $H(X|Y)$ , und  $H(Y|X)$  für

$$(X, Y) \sim N_2 \left( \mathbf{0}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right)$$

mit  $-1 < \rho < 1$ .

**Aufgabe 2.** Ein Übertragungssystem sei gegeben durch

$$Y = X + Z.$$

Die Eingabe  $X$  nimmt die Werte  $x_1 = A$  und  $x_2 = -A$  jeweils mit der Wahrscheinlichkeit  $1/2$  an und für das Rauschen gilt  $Z \sim N(0, 1)$ . Es soll ein Ausdruck für die Transinformation zwischen  $X$  und  $Y$  hergeleitet werden. Gehen Sie wie folgt vor:

(a) Zeigen Sie:

$$f_{Y|X}(y|X = x) = f_Z(y - x)$$

(b) Zeigen Sie:

$$H(Y|X) = H(Z)$$

(c) Berechnen Sie  $f_Y$  in Abhängigkeit von  $f_Z$ .

(d) Sei  $\varphi_i = f_Z(y - x_i)$ . Zeigen Sie:

$$I(X; Y) = D \left( \varphi_1 \parallel \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \varphi_i \right)$$