

3. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Anke Schmeink, Martijn Arts, Andreas Bollig, Christoph Schmitz

26.04.2012

Aufgabe 1. Ein Übertragungssystem sei gegeben durch

$$Y = X + Z.$$

Die Eingabe X nehme die Werte $x_1 = A$ und $x_2 = -A$ jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ an und für das Rauschen gelte $Z \sim N(0, 1)$. Die Zufallsvariablen X und Z seien stochastisch unabhängig. Zur Herleitung der Transinformation zwischen X und Y gehen Sie wie folgt vor.

a) Zeigen Sie

$$f_{Y|X}(y|X = x) = f_Z(y - x).$$

b) Zeigen Sie

$$H(Y|X) = H(Z).$$

c) Berechnen Sie f_Y in Abhängigkeit von f_Z .

d) Sei $\varphi_i = f_Z(y - x_i)$. Zeigen Sie

$$I(X; Y) = D \left(\varphi_1 \left\| \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \varphi_i \right. \right).$$

e) Betten Sie diese Aufgabe in Bsp. 4.1.1 der Vorlesung ein und interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 2. Sei $Y = X + Z_1 + Z_2$ ein additiver Gaußkanal mit der Leistungsbeschränkung $E(X^2) \leq L$ und den Rauschtermen $Z_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$ und $Z_2 \sim N(0, \sigma_2^2)$. Die Zufallsvariablen X , Z_1 und Z_2 seien stochastisch unabhängig.

a) Wie groß ist die Kapazität des Kanals und für welche Eingangsverteilung wird sie erreicht?

b) Wie groß muss L mindestens sein, damit für die Rauschleistungen $\sigma_1^2 = 2$ bzw. $\sigma_2^2 = 3$ die Kapazität $C = 1$ erreicht werden kann?