10. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr.-Ing. Anke Schmeink, Simon Görtzen, Christoph Schmitz, Ehsan Zandi

24.06.2014

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die Menge der stochastischen Vektoren der Länge n

$$\mathcal{P}_n = \left\{ \mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_n) \mid p_i \geq 0 \quad \forall i, \quad \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \right\}$$

konvex ist.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die Menge aller positiv semi-definiten Matrizen konvex ist.

Aufgabe 3. Welche der folgenden Mengen sind konvex?

a) $\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \alpha \leq \mathbf{a}'\mathbf{x} \leq \beta\}$

b) $\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_i \leq x_i \leq \beta_i,\ i = 1, \ldots, n\}$

c) $\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{a}'\mathbf{x} \leq b,\ \mathbf{c}'\mathbf{x} \leq d\}$

(Aus Convex Optimization, S. Boyd, Ex. 2.12)

Aufgabe 4. Sind die folgenden Mengen konvex?

a) $M_1 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + 3x_4 \leq 5, -2x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 3, x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, x_1 \geq 0\}$

b) $M_2 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^{n} a_i x_i^2 \leq c,\ a_i > 0,\ c > 0\}$